FÜMO 27 2. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Eine rätselhafte Division

a) Die erste Ziffer des Ergebnisses ist 7 und das 7-Fache des Divisors ist zweistellig. Weil $7 \cdot 15 = 105$ zu groß ist, muss der Divisor kleiner als 15 sein.
Die letzte Ergebnisziffer mal dem Divisor endet mit der ungeraden Ziffer 5, weshalb die letzte Ziffer und der Divisor ungerade sein müssen. (Als Divisor sind nur noch die Zahlen 11 und 13 möglich!)

b) und c) Der Divisor kann nicht 11 sein, da die zweite Ergebnisziffer multipliziert mit dem Divisor dreistellig ist und $9 \cdot 11 = 99$ noch immer zweistellig ist. Der Divisor lautet damit 13. Die letzte Ergebnisziffer kann nur 5 lauten (Nur $5 \cdot 13$ endet auf 5!). Für die zweite Ergebnisziffer sind nur die Ziffern 8 und 9 möglich (Nur $8 \cdot 13$ und $9 \cdot 13$ sind dreistellig!). Als Ergebnis kommen daher nur die Zahlen 785 und 795 in Frage. Wegen $785 \cdot 13 = 10205$ bzw. $795 \cdot 13 = 10335$ lauten die zwei möglichen Rechnungen:

```
10205 : 13 = 785      und      10335 : 13 = 795
 91                             91
110                            123
104                            117
  65                             65
  65                             65
  --                             --
```

Aufgabe 2 Biberrennen

Da der 1. Biber in einer Sekunde 0,3 m schwimmt, benötigt er für seine 20 m im stehenden Wasser genau $20 : 0{,}3 = \frac{20}{0{,}3} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$ Sekunden für seine Schwimmstrecke.

Wenn der 2. Biber in einer Sekunde 0,3 m schwimmt, wird er zugleich 0,2 m flussabwärts abgetrieben, weshalb er bei der ersten Teilstrecke in jeder Sekunde eigentlich 0,5 m zurücklegt. Für die 10 m flussabwärts benötigt er daher $10 : 0{,}5 = \frac{10}{0{,}5} = \frac{100}{5} = 20$ Sekunden.

Flussaufwärts schwimmt er pro Sekunde 0,3 m, wird aber gleichzeitig 0,2 m zurückgetrieben, weshalb er flussaufwärts tatsächlich nur 0,1 m pro Sekunde schafft. Für den Rückweg benötigt er daher $10 : 0{,}1 = \frac{10}{0{,}1} = 100$ Sekunden, also insgesamt 120 Sekunden.

Aufgabe 3 Gestrichene Zahlen

a) Da vier Zahlen gestrichen werden, sind es noch 15 Zahlen. Die Summe dieser verbleibenden Zahlen muss deshalb 15·9,6 = 144 betragen. Für die Summe der Zahlen von 1 bis 19 erhält Anja 1 + 2 + … + 19 = 19·20/2 = 190. Wegen 190 – 144 = 46 muss Anja vier Zahlen gestrichen haben, deren Summe 46 beträgt. Wegen 46: 4 = 11,5 müssen dies die Zahlen 10, 11, 12 und 13 sein.

b) Die Summe der verbleibenden 10 Zahlen beträgt 10·9,6 = 96. Also beträgt die Summe aller gestrichenen Zahlen 190 – 96 = 94. Damit beträgt die Summe der zuletzt gestrichenen fünf Zahlen 94 – 46 = 48. Da es für 48 – 1 = 47 eine Zerlegung in vier Zahlen aus 2, …, 9, 14, …, 19 gibt, z.B. 47 = 2 + 14 + 15 + 16, kann die 1 unter den gestrichenen Zahlen gewesen sein.

c) Nein, es geht nicht. Begründung: Sei s die Summe der gestrichenen fünf Zahlen, dann müsste gelten (1 + 2 + … + 19 – s):(19 – 5) = 9,6, d.h. (190 – s):14 = 9,6. Da 14·9,6 = 134,4 im Gegensatz zu 190 – s nicht ganzzahlig ist, kann es eine solche Summe s nicht geben.
Bemerkung: Aus der Lösung geht hervor, dass die Antwort auch für fünf Zahlen gilt, die nicht notwendig aufeinanderfolgen.