FÜMO 30 2. Runde Lösungen 8. Klasse

Aufgabe 1 Dreimal ACH

A C 5 · A C 5	
_ _	(5C+2) 5
_ _ _	(5C)
_ _ _ _	
_ _ _ _ _	5

H kann wegen $1^2=1$, $5^2=25$ und $6^2=36$ nur 1, 5 oder 6 sein
H=1 → Das 1. Zwischenergebnis ist nur dreistellig → Widerspruch
H=5 → 10C+2 muss als Einerziffer C haben → **C = 2**
→ 10A+7 muss als Einerziffer A haben → **A = 7**
Probe: 725 · 725 = 515725
H=6 → 12C+3 muss als Einerziffer C haben
Systematisches Probieren → **C=7**
→ →12A+7 muss als Einerziffer A haben
Systematisches Probieren → **A=3**
Probe: 376 · 376 = 141376

A 2 5 · A 2 5		
	(5A+1)	2 5
_ _	6	0
_ _ _	(5A)	
_ _ _	_	2 5

A C 6 · A C 6	
_ _	(6C+2) 6
_ _ _	(6C)
_ _ _ _	
_ _ _ _	_ 6

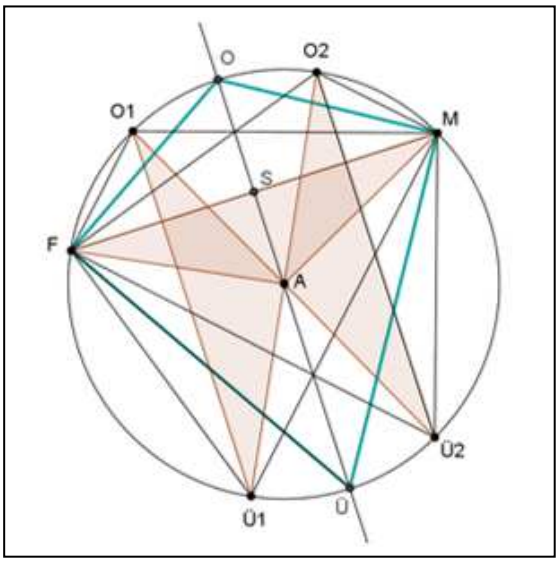
A 7 6 · A 7 6		
	(6A+4)	5 6
_ _	3	2
_ _ _	(6A)	
_ _ _	_	7 6

Aufgabe 2 Suche

ab = 10a+b = 4a+b^2 → 6a=b(b-1) → a=b(b-1):6 → 6 teilt b(b-1), weil a eine Ziffer ist.
1. Fall: 6 ist Teiler von b → b=0 oder b=6, da b eine Ziffer ist.
b=0 → 10a = 4a → a=0 Widerspruch zu zweistellig; b=6 → a=5 Probe: 56 = 20+36.
2. Fall: 6 ist Teiler von b-1 → b=7, da b eine Ziffer ist → a=7 → Probe: 77 = 28+49
3. Fall: 2 ist Teiler von b und 3 ist Teiler von b-1 → Nur für b=4 sind beide Bedingungen erfüllt.
b=4 → a=2 Probe: 24 = 8+16
4. Fall: 3 ist Teiler von b und 2 ist Teiler von b-1
→ Nur für b=3 und b=9 sind beide Bedingungen erfüllt
b=3 → a=1 Probe: 13 = 4+9
b=9 → a=12 Widerspruch, da a eine Ziffer ist
Damit gibt es vier solche zweistellige Zahlen: **13, 24, 56 und 77**

Aufgabe 3 Maximal und f²

a) Maximalen Flächeninhalt erreicht man, wenn die Höhen in den Dreiecken FÜM und MOF maximal sind. Deswegen müssen Ü und O auf der Mittelsenkrechten zu IFMI liegen.

A = 0,5·IFMI·ISOI + 0,5·IFMI·ISÜI
= 0,5·IFMI·(ISOI+ ISÜI)
= 0,5·IFMI·2r = f·r

b) Damit man als Summe der Höhen f bekommt, kann man das Dreieck FAM um 90°gegen oder mit dem Uhrzeigersinn drehen.