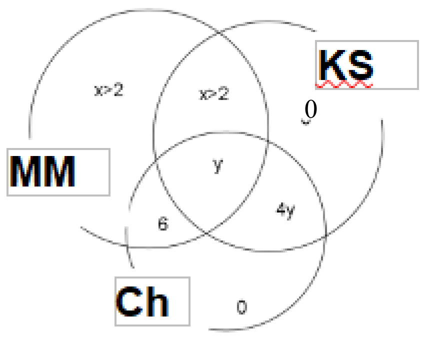
FÜMO 30 2. Runde Lösungen 7. Klasse

Aufgabe 1 Durch 15?

Annahme: A ist nicht durch 5 teilbar
Hat A bei Division durch 5
(1) den Rest 1, dann ist keine der anderen Zahlen ist durch 5 teilbar,
(2) den Rest 2, dann ist nur B durch 5 teilbar, (3) den Rest 3, dann ist nur E durch 5 teilbar und
(4) den Rest 4, dann ist keine andere Zahl durch 5 teilbar.
=> **A ist durch 5 teilbar**
Annahme: A ist nicht durch 3 teilbar
Hat A bei Division durch 3
(1) den Rest 1, dann ist nur C durch 5 teilbar,
(2) den Rest 2, dann ist nur D durch 5 teilbar,
=> A ist durch 3 teilbar
Damit ist A durch 3 und 5, also durch 15 teilbar. Damit ist auch F durch 15 teilbar.

Aufgabe 2 Kurswahl



MM:= Mehr Mathe, KS:= Kreatives Schreiben, Ch:= Chor
x ist die Anzahl derer, die nur MM bzw. nur MM und KS wählen,
y ist die Zahl derer, die alle drei Angebote wählen..
Dann gilt: $2x+5y+6 = 30 \Rightarrow 2x+5y = 24 \Rightarrow$ y ist gerade,
1. Fall: $y = 2$
$\Rightarrow 2x+10 = 24 \Rightarrow x = 7$
$\Rightarrow$ MM: $2x+y+6 = 22$, KS: $x+5y = 17$, Ch: $6+5y = 16$
d.h. in MM sind die meisten Teilnehmer.
2. Fall: $y = 4$
$\Rightarrow 2x+20 = 24 \Rightarrow x = 2$ Widerspruch zu $x>2$
3. Fall: $y > 4$
=> x wird immer kleiner, man erhält einen Widerspruch zu $x>2$.

Aufgabe 3 Teilerquadrate

a) Bezeichnet man die vier Felder mit A1, A2, B1 und B2, so müssen in A2, B1 und B2 gerade Zahlen stehen. Sieht man zunächst von der 0 ab, kann man 2, 4, 6 und 8 auf $4\cdot3\cdot2 = 24$ Möglichkeiten auf diese drei Felder verteilen. Für A1 bleiben 1, 3, 5, 7, 9 und die restliche gerade Zahl, also 6 Möglichkeiten. Damit erhält man zunächst $24\cdot6 = 144$ Möglichkeiten.
Berücksichtigt man, dass in B2 auch eine 0 stehen kann, gibt es für A2 4, für B1 3 Möglichkeiten und für A1 $5+2 = 7$ Möglichkeiten, also $4\cdot3\cdot7 = 84$ Möglichkeiten.
Insgesamt gibt es also $144 + 84 = 228$ Quadrate, die durch 2 teilbar sind.

b) **n = 3**: 1, 2, 5, 4; **n = 4**: 1, 2, 6, 4; **n = 6**: 1, 2, 8, 4; **n = 7**: 2, 1, 8, 4.
Nicht möglich sind:
$n = 5$: A2, B1 und B2 müssten 0 oder 5 sein. Damit würde sich eine Zahl wiederholen.
$n > 7$: Die Zahlen A1A2 und A1B1 haben denselben Zehner.
Für $n = 8$ gibt es nur 80 und 88 (Ziffernwiederholung
bzw. 40 und 48 (8 ist kein Teiler von 44),
für $n = 9$ nur 90 und 99 (Ziffernwiederholung), also keine Lösung.
Für Zahlen $n > 9$ können A1A2 und A1B1 nicht denselben Zehner haben.