FÜMO 30 2. Runde Lösungen 5. Klasse

Aufgabe 1 Folgsame Summen

a) S = 15: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15; 7 + 8 = 15 und S = 21: 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21; 6 + 7 + 8 = 21

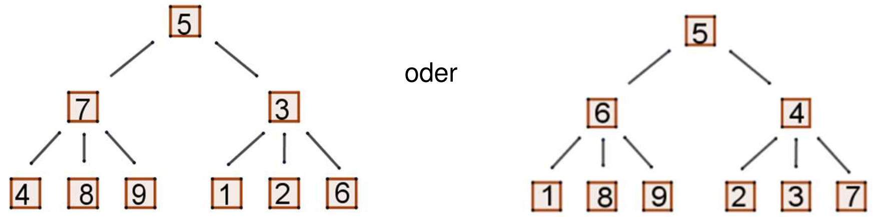
b) 105 = $3\cdot5\cdot7$; es gibt 5 Summen:
S = 105 = 52 + 53 = 34 + **35** + 36 = 19 + 20 + **21** + 22 + 23 = 12 + 13 + 14 + **15** + 16 + 17 +18
= 1 + 2 + 3 + … + **7** + … 13 + 14;

c) Ja, nämlich 2022 = $6\cdot337$ = $3\cdot674$ = 673 + 674 + 675.

Aufgabe 2 Arithmetisches Mittel

a) Das Arithmetische Mittel von n Zahlen ist der Durchschnitt oder Mittelwert der n Zahlen und wird berechnet, indem man den Summenwert der n Zahlen durch n dividiert.

b)



c) Steht in der Spitze eine 6, kann darunter nur 9 und 3, 8 und 4 oder 7 und 5 stehen.
9 und 3: Die 9 kann nicht der Mittelwert von kleineren Ziffern sein → Widerspruch
8 und 4: 8 als Mittelwert kann man nur mit 9, 8 und 7 erreichen → 8 doppelt → Widerspruch
7 und 5: Für den Mittelwert 7 kann man die Ziffern 9, 8 und 4 verwenden → Damit bleiben die Ziffern 1, 2 und 3, deren Mittelwert 2 und nicht 5 ist → Widerspruch

Aufgabe 3 Teilerquadrate

a) Bezeichnet man die vier Felder mit A1, A2, B1 und B2, so müssen in A2, B1 und B2 gerade Zahlen stehen. Sieht man zunächst von der 0 ab, kann man 2, 4, 6 und 8 auf $4\cdot3\cdot2$ = 24 Möglichkeiten auf diese drei Felder verteilen. Für A1 bleiben 1, 3, 5, 7, 9 und die restliche gerade Zahl, also 6 Möglichkeiten. Damit erhält man zunächst $24\cdot6$ = 144 Möglichkeiten.
Berücksichtigt man, dass in B2 auch eine 0 stehen kann, gibt es für A2 4, für B1 3 Möglichkeiten und für A1 5+2 = 7 Möglichkeiten, also $4\cdot3\cdot7$ = 84 Möglichkeiten.
Insgesamt gibt es also 144 + 84 = 228 Quadrate, die durch 2 teilbar sind.

b) **n = 3**: 1, 2, 5, 4; **n = 4**: 1, 2, 6, 4; **n = 6**: 1, 2, 8, 4; **n = 7**: 2, 1, 8, 4.
Nicht möglich sind:
n = 5: A2, B1 und B2 müssten 0 oder 5 sein. Damit würde sich eine Zahl wiederholen.
n > 7: Die Zahlen A1A2 und A1B1 haben denselben Zehner.
Für n = 8 gibt es nur 80 und 88 (Ziffernwiederholung
bzw. 40 und 48 (8 ist kein Teiler von 44),
für n = 9 nur 90 und 99 (Ziffernwiederholung), also keine Lösung.
Für Zahlen n > 9 können A1A2 und A1B1 nicht denselben Zehner haben.