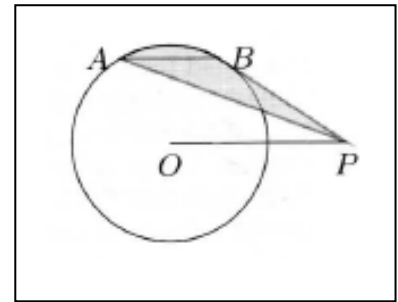


Aufgabe 1 Fläche am Kreis

Wir betrachten die Dreiecke ABP und ABO und können die Seite AB als gemeinsame Basis wählen. Beide Dreiecke sind dann wegen der Parallelität der Geraden OP zu AB flächengleich. Die schraffierte Fläche in der gegebenen Figur ist dann inhaltgleich zur gefärbten Fläche in der nebenstehenden Figur.

Da $AB = r$ (= Kreisradius), ist das Dreieck ABO gleichseitig mit $\angle AOB = 60^\circ$. Der schraffierte Sektor entspricht dann einem Sechstelkreis, d.h. die gefärbte Fläche entspricht $A = \frac{1}{6} \cdot \pi r^2$.



Aufgabe 2 Gleiche Summen

Aufstellen von Gleichungen liefert die Lösung.

Man bezeichnet die Zahlen mit $x, x+1, x+2, x+3$ und $x+4$ oder geschickter mit $x-2, x-1, x, x+1$ und $x+2$. Dann gilt:

a) $(x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) = 5x$

Da die Summen gleich sein müssen, ist die Summe aller fünf Zahlen gerade. Also ist $5x$ durch 2 teilbar. Da 2 kein Teiler von 5 ist, muss x durch 2 teilbar sein.

b) Es sind maximal 10 Fälle zu prüfen:

Man vergleicht die Summe aus größter und zweitgrößter Zahl mit dem Rest und erhält:
Es gibt nur die beiden Lösungen $(4,5,6,7,8)$ und $(2,3,4,5,6)$.

Aufgabe 3 Drei Freundinnen

Mit A, B, C seien das jeweilige Alter von Anna, Bettina und Christa bezeichnet. Wir nehmen an, die Aussage 3 ist richtig, es gelte also $C < B$.

Falls Aussage 2 wahr ist, dann gilt $A < C < B$, und daher ist die Aussage 1) $A > B$ falsch. Zugleich ist aber $2A = A+A < A+B < C+B$ und daher ist die Aussage 4 falsch. Damit sind die beiden Aussagen 1 und 4 falsch im Widerspruch zur Voraussetzung.

Die Aussage 2 ist somit nicht richtig. Also ist $C < A$ und daher mit $C+A < A+A = 2A = B+C$ und wegen Aussage 4 schließlich $A < B$. Dann kann aber Aussage 1 nicht richtig sein. Damit sind zwei Aussagen, nämlich 2 und 1, falsch und somit kann die Annahme 2 nicht richtig sein.

Die Aussage 3 ist also falsch. Daher sind die Aussagen 1, 2 und 4 sowie die Negation der dritten Aussage, also $B < C$, allesamt wahr.

Aus den Aussagen 1) und 2) folgt nun $B < A < C$.

Bettina ist demnach das jüngste Mädchen und Christa das älteste.