FÜMO 30 1. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Nussvorrat

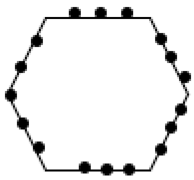
a) Karl hat anfangs $65 + 46 = 111$ Nüsse und Heinz $37 + 73 = 110$ Nüsse. Da beide ihren Vorrat auf gleiche Weise verringern, hat Karl immer eine Nuss mehr, also auch am Schluss.

b) An einem Fresstag werden entweder zwei Haselnüsse oder zwei Walnüsse geknackt, d.h. der Gesamtvorrat jeder Nusssorte wird täglich um 2 reduziert oder gar nicht. Da beide Eichhörnchen zu Beginn insgesamt $65 + 37 = 102$ Haselnüsse und $46 + 73 = 119$ Walnüsse haben, muss am Ende eine Walnuss übrigbleiben, denn nur deren Anzahl ist während der ganzen Zeit ungerade.

c) Nach 37 Tagen mit Haselnüssen und 46 Tagen mit Walnüssen auf dem Speiseplan hat Karl noch $65 - 37 = 28$ Haselnüsse und Heinz 27 Walnüsse. Um diese Reste futtern zu können muss Karl $28 : 2 = 14$ Haselnüsse an Heinz geben und bekommt dafür 14 Walnüsse (14 Tauschtage).Nun haben beide je 14 Haselnüsse und Heinz 13 sowie Karl 14 Walnüsse, womit sie mindestens $14 + 13 = 27$ weitere Tage futtern können. (Karl hat noch eine Walnuss, Heinz keine Nuss mehr.) Insgesamt reicht der Vorrat mindestens $37 + 46 + 14 + 27 = 124$ Tage.

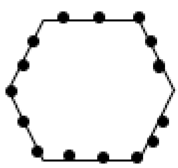
Aufgabe 2 Herbstblätter

a)

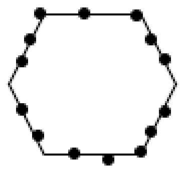


b) Bei 18 Blätter wären auf jedem Ast drei Blätter und keines auf einem Eckpunkt. Wird nun ein Blatt z. B.vom Ast links oben weggenommen, so muss ein Blatt eines benachbarten Astes (bei Teilaufgabe a) z. B. links unten) auf die gemeinsame Ecke verschoben werden, damit alle Äste wieder genau drei Blätter haben. Dies passiert bei jeder weiteren Wegnahme eines Blattes.
Bei der Reduzierung auf 15 Blätter müssen drei der ursprünglich 18 Blätter weggenommen werden, also genau drei Blätter auf Eckpunkte verschoben werden.
<u>Einfacher:</u> Jedes Blatt auf einem Berührpunkt zählt zu beiden Ästen, also doppelt. Das nach 15 nächste Vielfache von 6 ist 18. Bis 18 fehlen 3 Blätter, weshalb 3 Blätter doppelt gezählt werden müssen, um auf jedem Ast die gleiche Blätterzahl zu erreichen. Also sind genau 3 Ecken mit je einem Blatt zu belegen.

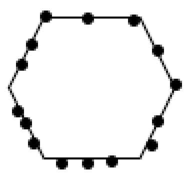
c) Es gibt drei verschiedene Lösungen:



jede 2. Ecke



2 benachbarte E.



3 benachbarte Ecken

Hinweis: Lösungen mit 2 oder mehreren Blättern auf einem Berührpunkt sind falsch, da hier das Überlappungsverbot nicht eingehalten ist.

Aufgabe 3 Tennisturnier

Jeder der drei Spieler eines Teams spielt gegen die 3 Mitglieder des anderen Teams einen Satz, weshalb für einen Wettkampf zwischen zwei Teams $3 \cdot 3 = 9$ Sätze gespielt werden.
Insgesamt können so wegen $200 \div 9 = 22{,}2 \ldots$ maximal 22 Teamwettkämpfe ausgetragen werden.
Bei zwei Teams gibt es nur einen Wettkampf; bei 3 Teams sind 3 Wettkämpfe nötig. Kommt ein viertes Team dazu, sind 3 weitere Wettkämpfe dieses Teams gegen die vorherigen drei nötig, also insgesamt 6 Wettkämpfe.
Entsprechend sind bei einem 5. Team zusätzlich 4 Wettkämpfe, bei einem 6. Team weitere 5 Wettkämpfe und bei einem 7. Team zusätzlich 6 Wettkämpfe nötig. Bei sieben Teams sind also $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ Wettkämpfe nötig. Bei 8 Teams und mehr wären mindestens $21 + 7 = 28$ Wettkämpfe nötig. Am Turnier können höchstens 7 Mannschaften teilnehmen.