FÜMO 29 2. Runde Lösungen 8. Klasse

Aufgabe 1 Quizshow

a) Der richtige Hinweis könnte (1), (2), oder (3) sein. Daher ergibt sich folgende Fallunterscheidung:
(1) ist richtig. Der Hauptpreis ist im 3. oder 4. Umschlag, weshalb (2) sicher falsch ist. Damit auch (3) nicht zutrifft, muss der Hauptpreis in diesem Fall im 4. Umschlag stecken.
(2) ist richtig. Wenn der Hauptpreis im 2. Umschlag ist, kann im 4. Umschlag nur ein Trostpreis sein, weshalb hier unzulässig 2 Hinweise richtig sind.
(3) ist richtig. Der Hauptpreis befindet sich nicht in Umschlag 4. Da (1) und (2) falsch sind, kann der Hauptpreis auch nicht in Umschlag 3 und nicht in Umschlag 2 sein. Wenn der Hauptpreis aber im Umschlag 1 steckt, ist nur der Hinweis (3) richtig.
Bei nur einem gültigen Hinweis könnte der Hauptpreis in den <u>Umschlägen 1 oder 4</u> stecken.

b) Nach a) kann der Hauptpreis nur in Umschlag 1 oder 4 sein.
Ist der Hauptpreis im Umschlag 1, so sind leider nur die Hinweise (1) und (2) falsch. (Neben (3) ist auch (4) korrekt.) Dies widerspricht der Vorgabe „3 Hinweise sind falsch.“.
Ist der Hauptpreis im Umschlag 4, so sind (2), (3) und (4) falsch und nur (1) ist richtig. Anna sollte <u>Umschlag 4</u> nehmen.

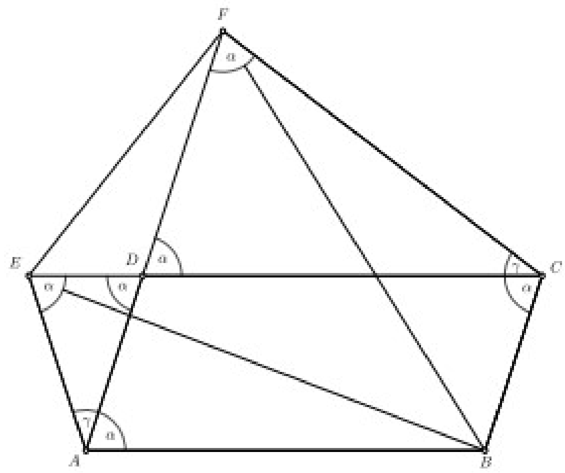
Aufgabe 2: Fuemosumme

Die Primfaktorzerlegung der Zahl 4420 lautet $4420 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17$. Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 13 und 17 ist $\text{kgV}(13,17) = 221$. Somit gibt es keine zweistellige Zahl, die durch die beiden Zahlen teilbar ist. Also muss eine der fünf Zahlen f, u, e, m, o durch 13 bzw. 17 teilbar sein.

Sei o.B.d.A die Zahl f durch 17 und u durch 13 teilbar. Dann folgt $f \leq 5 \cdot 17 = 85$ und $u \leq 7 \cdot 13 = 91$. Angenommen, es gilt $f = 85$ und $u = 91$. Dann ist f durch 5 teilbar. Somit muss nur noch die Teilbarkeit durch 4 gezeigt werden. Falls f und u ungerade sind, kann nur noch $e \cdot m \cdot o$ ein Vielfaches von 4 sein. Daraus folgt: eine der Zahlen e, m, o muss durch 4 oder zwei der Zahlen müssen durch 2 teilbar sein. Im zweiten Fall erhält man den größeren Summenwert, also z.B. für $e=m=98$ und $o = 99$. Es ist $S = f+u+e+m+o = 85+91+98+99 = 471$.

Wir überprüfen zuletzt noch die Möglichkeiten $f < 85$ und $u < 91$. Da jedoch die Zahlen f und u durch 17 bzw. 13 teilbar sein sollen, folgt $f \leq 85-17 = 68$ und $u \leq 91-13 = 78$. Dann kann der Summenwert im 1. Fall höchstens $S = 68+91+3 \cdot 99 = 456$ sein bzw. im 2. Fall maximal den Wert $S = 85+78+3 \cdot 99 = 460$ haben. Damit ist $S = 471$ tatsächlich der Maximalwert.

Aufgabe 3 Gleichschenklige Dreiecke



Wir beziehen uns auf die nebenstehende Abbildung.
Um zu zeigen, dass das Dreieck EBF gleichschenklig ist, zeigen wir, dass $|BE| = |BF|$ gilt. Dazu zeigen wir, dass gilt: ΔABE ist kongruent zu ΔBCE.
Aus den Voraussetzungen und den Parallelogramm-eigenschaften folgt:
$|AE| = |AD| = |BC|$ $|AB| = |CD| = |CF|$
Wir setzen $|\sphericalangle BAF| = \alpha$. Dann ist auch $|\sphericalangle CDF| = \alpha$ (Stufenwinkel) und $|\sphericalangle DFC| = \alpha$, da das Dreieck FDC gleichschenklig ist ($|CD| = |CF|$).
Somit gilt $\gamma = |\sphericalangle FCE| = 180° - 2\alpha$ (Innenwinkelsatz im Dreieck).
Weiter gilt $|\sphericalangle EDC| = |\sphericalangle CDF| = \alpha$ (Scheitelwinkel).
Da das Dreieck EAD gleichschenklig mit $|AE| = |AD|$ ist, gilt $|\sphericalangle DEA| = |\sphericalangle EDC| = \alpha$ und somit $|\sphericalangle DAE| = 180° - 2\alpha = \gamma$ (Innenwinkelsatz im Dreieck).
Da das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist, gilt $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle DCB|$. Da der Punkt D auf der Strecke AF liegt, gilt also $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BAF| = \alpha = |\sphericalangle DCB|$. Wir erhalten schließlich $|\sphericalangle BAE| = \alpha + \gamma = |\sphericalangle FCB|$.
Damit sind die Dreiecke ABE und BCE nach dem Kongruenzsatz SWS kongruent und es gilt $|BE| = |BF|$. Das Dreieck EBF ist also gleichschenklig