# FÜMO 29 2. Runde Lösungen 6. Klasse

## Aufgabe 1 Quadrate im Quadrat

a) In jeder Zeile beträgt die Summe $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, im gesamten Quadrat $5 \cdot 15 = 75$. Daher ist die Zahlensumme jedes der drei Gebiete $75 : 3 = 25$.

b) Das mittlere Gebiet enthält 13 Felder, also 13 Zahlen. (Der durchschnittliche Zahlenwert eines Feldes ist also kleiner als 2, weshalb hier in die Felder möglichst kleine Zahlen eingesetzt werden sollten.) In den drei mittleren Zeilen dieses Gebiets können nur die Ziffern 1, 2 und 3 vorkommen. In die beiden Felder der 1. Zeile passen nur 1 und 3, da die 2 schon ganz links steht. Die Summe der oberen vier Zeilen dieses mittleren Gebiets beträgt damit $1 + 3 + 3 \cdot (1 + 2 + 3) = 22$. In der unteren Zeile können nur noch 1 und 2 stehen, damit die Gebietssumme 25 erreicht wird.
Im Gebiet rechts unten können nur noch in der 4. Zeile 4 und 5 stehen, in der 5. Zeile 3, 4 und 5. Die Zahl in der 3. Zeile rechts kann wegen der Gebietssumme nur noch 4 sein. Darunter kann in der 4. Zeile nur die 5 und darunter nur noch die 3 stehen (Alle Zahlen kommen in jeder Spalte vor.)

c) Eine mögliche Verteilung ist die nebenstehende:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **2** | **4** | **5** | **3** | **1** |
| **4** | **5** | **3** | **1** | **2** |
| **5** | **3** | **1** | **2** | **4** |
| **3** | **1** | **2** | **4** | **5** |
| **1** | **2** | **4** | **5** | **3** |

## Aufgabe 2 Folgsame Summen

a) Klammert man ersten und letzten Summenden, dann zweiten und vorletzten usw., so ergibt sich
$S = \underbrace{(-3 + 150) + (-2 + 149) + \cdots + (73 + 74)}_{77\ Klammern\ mit\ jeweiligen\ Wert\ 147} = 77 \cdot 147 = 11319$
$\langle = \frac{154}{2} \cdot 147 = (Anzahl\ der\ Summanden \cdot Wert\ einer\ Klammer) : 2 \rangle$

b) Wenn man die in a) angedeutete Regel: „S ist die Hälfte des Produkt der Summe aus kleinstem und größtem Summanden („Klammerwert“) mit der Anzahl der Summanden.“ benutzt, kann man auch zeigen, dass es genau sieben folgsame Summen gibt. (Die obige Regel gilt auch bei ungerader Anzahl von Summanden! Beim Klammern bleibt mittlerer Summand übrig, welcher der halbe Klammerwert ist. Probiert es aus!) Nun zur Aufgabe: Für den Summenwert gilt: $15 = S = \frac{1}{2} \cdot 30$.
Die Anzahl n der Summanden ist nach obiger Regel ein Teiler (>1) von 30. Zu jedem n gibt es genau einen Klammerwert ($= 30 : n$) und daher eine folgsame Summe:
n = 2: $S = 7 + 8$ n = 3: $S = 4 + 5 + 6$ n=5, Klammerwert 6: $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$
n = 6, Klammerwert 5: $S = 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5$ n =10: $S = (-3) + (-2) + \cdots + 5 + 6$
n = 15: $S = (-6) + (-5) + \cdots + 7 + 8$ n = 30: $S = (-14) + (-13) + \cdots + 14 + 15$

## Aufgabe 3 Primteiler

a) Teilt man die sechsstellige Zahl Z durch die dreistellige Primzahl p, so erhält man stets das Ergebnis 1001, d.h. $Z = 1001 \cdot p$. Zerlegt man 1001 in Primfaktoren, so gilt man $1001 = 7 \cdot 143 = 7 \cdot 11 \cdot 13$.
Damit gilt: $Z = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot p$, Z hat also die Primteiler 7; 11;13 und p
b) Teilt man jetzt die sechsstellige Zahl N durch die nun zweistellige Primzahl p, so gilt entsprechend zu a) $N = p \cdot 10101 = p \cdot 3 \cdot 3367 = p \cdot 3 \cdot 7 \cdot 481 =\cdot p \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$.
Da p > 40, hat N genau fünf Primteiler.
Alle Teiler (>1) von N erhält man durch Kombination dieser fünf Primteiler p, 3, 7, 13 und 37:
Kleinster Teiler 1 und die fünf Primteiler p, 3, 7, 13 und 37 (6 Teiler)
zwei Primteiler: $p \cdot 3,\ p \cdot 7,\ p \cdot 13,\ p \cdot 37, 3 \cdot 7, 3 \cdot 13, 3 \cdot 37, 7 \cdot 13, 7 \cdot 37, 13 \cdot 37$ (10 Teiler)
drei Primteiler: $p \cdot 3 \cdot 7,\ p \cdot 3 \cdot 13,\ p \cdot 3 \cdot 37,\ p \cdot 7 \cdot 13,\ p \cdot 7 \cdot 37,\ p \cdot 13 \cdot 37,\ 3 \cdot 7 \cdot 13,\ 3 \cdot 7 \cdot 37,$
$3 \cdot 13 \cdot 37, 7 \cdot 13 \cdot 37$ (10 Teiler)
vier und fünf Primteiler: $p \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13,\ p \cdot 3 \cdot 7 \cdot 37,\ p \cdot 3 \cdot 13 \cdot 37,\ p \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37,\ 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot$
$37\ und\ N$ (6 Teiler). Insgesamt hat N damit 6 + 10 + 10 + 6 = 32 Teiler