FÜMO 29 2. Runde Lösungen 5. Klasse

Aufgabe 1 Besondere Eckfelder

Es ist $1 + 2 + 3 + \ldots + 8 = 36$.
Sei S die Summe der vier Eckzahlen: $S = a+b+c+d$.
Dann muss gelten: $4s = 36 + S$, da die Zahlen a, b, c und d in der Summe 4s jeweils zweimal vorkommen. Da 36 durch 4 teilbar ist, muss auch S durch 4 teilbar sein.

a		b
	■	
c		d

s = 12:

1	8	3
5	■	7
6	4	2

s = 13:

1	8	4
7	■	3
5	2	6

Aufgabe 2 Eigenschaften von 2021

a) Man betrachtet zuerst alle zweistelligen Zahlen, die durch 5 teilbar sind: 10, 15, 20, …, 95 (1).
Dies sind 18 Möglichkeiten für die ersten beiden Stellen.
Nun betrachtet man alle zweistelligen Zahlen, die durch 7 teilbar sind: 14, 21, 28, …, 98 (2).
Dies sind 13 Möglichkeiten für die letzten zwei Stellen.
Also gibt es $13 \cdot 18 - 1 = 233$ Zahlen außer 2021 mit den geforderten Eigenschaften

b) Bei Division durch 3 haben
den Rest 0: Von (1): die Zahlen 15, 30, 45, 60, 75, 90. Von (2): die Zahlen 21, 42, 63, 84
den Rest 1: Von (1): die Zahlen 10, 25, 40, 55, 70, 85. Von (2): die Zahlen 28, 49, 70, 91
den Rest 2: Von (1): die Zahlen 20, 35, 50, 65, 80, 95. Von (2): die Zahlen 14, 35, 56, 77, 98
Die vierstellige Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist, d. h wenn die Summe der Quersumme aus erster Zahl und der Quersumme aus der zweiten Zahl durch 3 teilbar ist. Damit gibt es $6 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 4 = 78$ Zahlen, die durch 3 teilbar sind.

Aufgabe 3 Wie viele sind nicht ehrlich?

Angenommen, der Erste lügt nicht, dann wäre der Zweite ein Lügner, weshalb der Dritte die Wahrheit spricht, was der Aussage des Ersten (Alle anderen lügen!) widerspricht.
Der Erste ist also ein Lügner, der Zweite sagt die Wahrheit, weshalb der Dritte lügt. Der Vierte spricht wieder die Wahrheit und der Fünfte lügt. Entsprechend sagen Nr. 2, 4, 6, 8 und 10 die Wahrheit und die restlichen sechs Randalierer lügen.

Somit beträgt die Anzahl der Lügner sechs.