FÜMO 28 2. Runde Lösungen 8. Klasse

Aufgabe 1 Onlinebefragung

Sei k die ursprüngliche Zahl der Bewertungen und x deren Summe. Weiter seien a, b die beiden jüngsten Bewertungen in dieser Woche. Dann gilt

$\frac{x}{k}=3,46$ (1) und $\frac{x+a+b}{k+2}=3,50$ (2).

Wir schreiben 3,46 als gemischten Bruch und stellen (1) nach x um: $x=\left(3+\frac{23}{50}\right)\cdot k$ (3)

Umstellen von (2) ergibt: $x+a+b=\left(3+\frac{1}{2}\right)\cdot k+7$ (4).

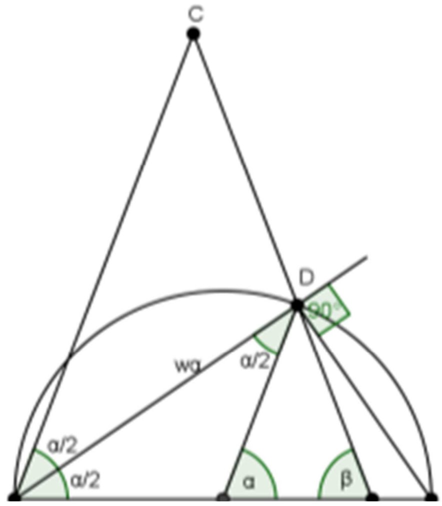
Aus Gleichung (3) folgt, dass k ein Vielfaches von 50 sein muss, damit die Zahl k eine positive ganze Zahl wird. Zusätzlich erhält man nach Subtraktion der beiden Gleichungen (4) und (3) die Bedingung

$a+b-7=\frac{k}{25}$. (5)

Da 5 Sterne die höchste Bewertungsstufe bedeutet, gilt a, b ≤ 5, und damit kann die linke Seite von (5) nur eine positive ganze Zahl kleiner oder gleich 3 sein.
Daher gilt k ≤ 75. Insgesamt folgt daraus k = 50.
Zusammen mit den beiden Kundenbewertungen in dieser Woche haben **52** Personen das neue Smartphone bewertet.

Aufgabe 2 Doppelt lang

Weil $\angle$ ADE = 90° ist, liegt D auf dem Thaleskreis über [AB] mit dem Mittelpunkt M.
Δ AMD ist gleichschenklig mit <MAD = <ADM = α/2
=> <BMD = α/2 (Außenwinkelsatz)
Weil das Δ ABC gleichschenklig ist, gilt: β = α
=> Δ MBD ist auch gleichschenklig => $\overline{AE}=2\cdot\overline{BD}$.



Aufgabe 3 Eckenprodukte

Wir bezeichnen die Zahlen auf den sechs Seitenflächen mit a bis f so, dass sich die Paare a und f, b und e sowie c und d auf sich gegenüber liegenden Seiten des Würfels befinden. An den Ecken stehen somit die Produkte a·b·e, a·b·f, b·c·e, b·c·f, c·d·e, c·d·f, a·d·e und a·d·f.
Die Summe dieser acht Produkte ist nach Voraussetzung gleich 165 d.h. es gilt
a·b·e + a·b·f + b·c·e + b·c·f + c·d·e + c·d·f + a·d·e + a·d·f = 165.
Wir fassen nun geeignet zusammen und erhalten
165 = a·b·(e+f)+b·c·(e+f)+c·d·(e+f)+a·d·(e+f)
= (a·b+b·c+c·d+a·d)·(e+f)
= (a+c)·b·(e+f)+(a+c)·d·(e+f) und schließlich 165 = (a+c)·(b+d)·(e+f). (Dies lässt sich umgekehrt durch Ausmultiplizieren leicht verifizieren).

Da alle Zahlen von a bis f natürliche Zahlen sind, ist die rechte Seite das Produkt dreier natürlicher Zahlen, die alle größer oder gleich 2 sind. Also müssen sie (in irgendeiner Reihenfolge) die Werte 3, 5 und 11 haben. Somit bleibt als einzige Möglichkeit für die gesuchte Summe der Wert 3 + 5 + 11 = **19.**
Andererseits kann eine solche Belegung leicht gefunden werden.