

**Aufgabe 1 Die sieben Zwerge**

Ja, Schneewittchen wird ihre Kameraden bald am rechten Ufer in Empfang nehmen können. Wir bezeichnen die Zwerge mit Z1, Z2, Z3, Z4, Z5, Z6 und Z7. Das linke Ufer bezeichnen wir mit L und das rechte mit R.

Nun beschreiben wir den "Fahrplan" mit dem es möglich ist, dass alle sieben Zwerge ans rechte Ufer gelangen können.

1. Tour Z1 und Z6 → R. Danach Z1 → L; L : Z1;Z2;Z3;Z4;Z5;Z7 und R : Z6
2. Tour Z2 und Z5 → R. Danach Z2 → L; L : Z1;Z2;Z3;Z4;Z7 und R : Z5;Z6
3. Tour Z3 und Z4 → R. Danach Z3 → L; L : Z1;Z2;Z3;Z7 und R : Z4;Z5;Z6
4. Tour Z7 → R. Danach Z6 → L; L : Z1;Z2;Z3;Z6 und R : Z4;Z5;Z7
5. Tour Z1 und Z6 → R. Danach Z5 → L; L : Z2;Z3;Z5 und R : Z1;Z4;Z6;Z7
6. Tour Z2 und Z5 → R. Danach Z4 → L; L : Z3;Z4 und R : Z1;Z2;Z5;Z6;Z7
7. Tour Z3 und Z4 → R. L : kein Zwerg und R : Z1;Z2;Z3;Z4;Z5;Z6;Z7

Der Fahrplan besteht also aus sieben Transfers ans rechte Ufer R, bei denen das Boot immer die maximale Last von 7 kg trägt und sechs Transfers ans linke Ufer L bei denen jeder Zwerg bis auf den schwersten genau einmal dran ist, das Boot zurück zu bringen. Alle Bedingungen wurden somit eingehalten und Schneewittchen kann ihre sieben Zwerge in die Arme schließen.

**Aufgabe 2 Playoff 2**

Wir bezeichnen die Mannschaften, die am Turnier teilnehmen mit A;B;C;D und E. Es sei C die Mannschaft, die alle Heimspiele gewonnen und alle Auswärtsspiele unentschieden gespielt hat. Die Mannschaft C hat demnach insgesamt  $4 \cdot 3 = 12$  Punkte erzielt. Wir zeigen nun, dass diese 12 Punkte sicher zum Aufstieg reichen.

Angenommen die Mannschaften A und B haben ihre beiden Spiele gegen D und E jeweils gewonnen. Gegen C haben beide Mannschaften aus den beiden Spielen jeweils einen Punkt erzielt. Somit haben A und B aus den Spielen gegen C; D und E  $1+4+4 = 9$  Punkte erzielt. Nun entscheiden die Spiele gegeneinander. Gewinnt eine der Mannschaften beide Spiele, so hat sie  $4+9 = 13$  und die andere bleibt bei 9 Punkten. Dann reichen die 12 Punkte von C zum 2. Platz und somit zum Aufstieg.

Enden beide Spiele von A und B unentschieden, so haben beide  $9 + 2 = 11$  Punkte und C erreicht den 1. Platz und steigt damit auf. Endet eines der Spiele zwischen A und B unentschieden und eines mit einem Sieg einer der Mannschaften, so hat die (hier) siegreiche Mannschaft  $9 + 1 + 2 = 12$  und die andere Mannschaft  $9 + 1 + 0 = 10$  Punkte erreicht. Eine der Mannschaften fällt also hinter C zurück.

In allen Fällen steigt C auf, wenn sie ihre Heimspiele gewinnt und die Auswärtsspiele unentschieden spielt.

**Aufgabe 3 Rechteckzerlegung**

- a) Sei  $a = AB$  und  $b = BC$ , dann ist
- $A_1 = A(ABS) = a \cdot h_1 / 2 = 8$ , also ist  $a \cdot h_1 = 16$
  - $A_2 = A(BSC) = b \cdot h_2 / 2 = 15$ , also ist  $b \cdot h_2 = 30$
  - $A_3 = A(BSC) = a \cdot h_3 / 2 = 16$ , also ist  $a \cdot h_3 = 32$
- Es folgt wegen  $h_1 + h_3 = b$ :
- $$a \cdot b = a(h_1 + h_3) = a \cdot h_1 + a \cdot h_3 = 16 + 32 = 48$$
- Also ist  $b = 48 : 8 = 6$  und
- $$A_4 = A(ASD) = a \cdot b - (A_1 + A_2 + A_3) = 48 - (8 + 15 + 16) = 9$$
- b)  $a = 8$ : Wegen  $8h_1 = 16$  ist  $h_1 = 2$  und wegen  $6h_2 = 30$  ist  $h_2 = 5$ .  
Ist A der Ursprung, [AB die x-Achse und [AD die y-Achse, dann hat S wegen  $8 - 5 = 3$  die Koordinaten (3; 2).

