FÜMO 27 1. Runde Lösungen 7. Klasse

Aufgabe 1 Wer ist der Spitzbube?

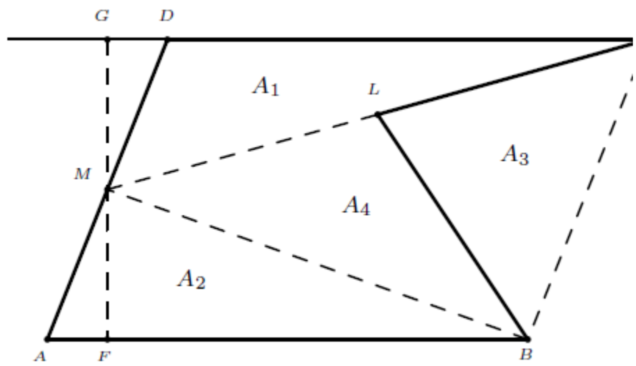
Die Aussagen C und E können nicht gleichzeitig zutreffen, da sonst E ein Spitzbube wäre, obwohl er die Wahrheit gesagt hat. Ebenso können die Aussagen B, C und D nicht alle korrekt sein, denn sonst wäre D der Spitzbube, obwohl auch er nicht gelogen hat. Also ist entweder C oder E der Spitzbube oder er ist einer aus der Gruppe B, C oder D.
Nur C kommt jeweils als Kandidat in beiden Gruppen vor; somit ist **C** der Spitzbube.
Diese Wahl erfüllt auch alle fünf Bedingungen.
Denn: Angenommen, C und D sind die beiden einzigen Personen mit Schuhgröße 40. Besäßen zudem C, D und E einen Goldfisch und wäre C der Spitzbube, dann wären die Aussagen A, B, D und E alle korrekt, jedoch nicht die Aussage C.

Aufgabe 2 Gerade oder ungerade

a) Ist die kleinere der Zahlen ungerade und die größere der Zahlen gerade, so sind beide Produkte gerade und somit ist die Summe gerade.
Ist die kleinere der Zahlen gerade und die größere der Zahlen ungerade, so ist das erste Produkt gerade, das zweite ungerade und somit die Summe ungerade.
Nennt Eva also eine gerade Summe, so ist die kleinere der Zahlen ungerade und die größere gerade. Ist die Summe ungerade, so ist die kleinere der Zahlen gerade und die größere ungerade.

b) Es seien x und y mit $x < y$ und $x, y > 0$ die von Eva gedachten Zahlen.
Für die genannte Summe gilt $18x + 27y = 162$.
Somit muss x eine ungerade und y eine gerade Zahl sein.
Es ist $27y = 162 - 18x$, wobei $(162 - 18x)$ ein Vielfaches von 27 sein muss.
Setzt man nun für x die Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 ein, erhält man für $162 - 18x$ entsprechend die Werte 144, 108, 72, 36, 0.
Von diesen Zahlen ist nur $108 = 4 \cdot 27$ größer als 0 und durch 27 teilbar.
Somit lauten die beiden gedachten Zahlen $x = 3$ und $y = 4$.
Probe: Es gilt $3 \cdot 18 + 4 \cdot 27 = 54 + 108 = 162$.

Aufgabe 3 Resteck



Wir entnehmen alle Bezeichnungen der Abbildung.
Die Strecke [FG] ist die Höhe h des Parallelogramms ABCD. Die Seiten [AB] und [CD] bezeichnen wir mit a.
Für den Flächeninhalt A_P des Parallelogramms ABCD gilt $A_P = ah = 1$.
M ist auch der Mittelpunkt der Strecke [FG] und somit gilt $|FM| = |MG| = 1/2 \cdot h$.
Für die Flächeninhalte A_1 und A_2 der Dreiecke MCD und ABM gilt $A_1 = A_2 = 1/2 \cdot 1/2 \cdot ah = 1/4 \cdot ah = ¼$ (1)
Da L der Mittelpunkt der Strecke [MC] ist, ist [BL] Seitenhalbierende der Seite [MC] im Dreieck MBC.
Somit gilt $A_3 = A_4$ (2), da eine Seitenhalbierende das Dreieck in zwei flächengleiche Dreiecke teilt.
Aus $A_P = A1 + A2 + A3 + A4 = 1$ und (1) und (2) erhalten wir $¼ + ¼ + A4 = 1$. Also ist $A_4 = 1/4$.
Für den Flächeninhalt A_F des Fünfecks ABLCD folgt somit: $A_F = A_1 + A_2 + A_4 = 3/4$.