

Aufgabe 1 Zwei Rechtecke im 3er-Quadrat

1	2	3
4	5	6
7	8	9

a) 1-2, 2-3, 4-5, 5-6, 7-8, 8-9 und 1-4, 4-7, 2-5, 5-8, 3-6, 6-9, also gibt es 12 Möglichkeiten.

b) 1. Fall: Grau liegt auf 1 (also auf 1-2 bzw. 1-4), 3, 7, oder 9.

Dies sind 8 Möglichkeiten.

In jedem dieser Fälle, z.B. Grau liegt auf 1-2, gibt es für Schwarz 8 Mögl., z.B.

3-6, 6-9, 4-7, 5-8, 4-5, 5-6, 7-8, 8-9. Also gibt es im 1. Fall $8 \cdot 8 = 64$ Möglichkeiten.

2. Fall: Grau liegt auf 5. Dies sind 4 Mögl. In jedem dieser Fälle, z.B. Grau liegt auf 4-5, gibt es für Schwarz 6 Mögl., z.B. 1-2, 2-3, 7-8, 8-9, 3-6, 6-9. Also gibt es im 2. Fall $4 \cdot 6 = 24$ Möglichkeiten.

Da beide Fälle alle Möglichkeiten erfassen, gibt es insgesamt $64 + 24 = 88$ Möglichkeiten.

Aufgabe 2 Zahlen streichen

a) Anja muss am Anfang die 3 streichen. Nimmt Iris 1, nimmt Anja 5, es bleiben $2+4$. Nimmt Iris 2, nimmt Anja 1, es bleiben $4+5$. Nimmt Iris 4, nimmt Anja 5, es bleiben $1+2$. Nimmt Iris 5, nimmt Anja 1, es bleiben $2+4$. Es verbleibt stets eine durch 3 teilbare Summe.

Nimmt Anja am Anfang 1 bzw. 2 bzw. 4 bzw. 5, nimmt Iris 4 bzw. 5 bzw. 1 bzw. 2. Es verbleiben jeweils 2, 3, 5 bzw. 1, 3, 4 bzw. 2, 3, 5 bzw. 1, 3, 4, d.h. Anja verliert in diesen Fällen.

b) Es gewinnt Iris. Nimmt Anja die 2 und Iris kann beliebig auswählen: 1, 3, 4.

Nimmt Anja nicht die 2, streicht Iris die 2 und es verbleiben $1+3$, $1+4$ oder $3+4$, also keine durch 3 teilbare Summe.

Aufgabe 3 Besondere Summenwerte

a) An 2018. Stelle steht die Summe $2018 + 2019 = 4037$.

b) Da alle ungeraden Zahlen größer als 1 auftreten, sind die ersten sechs auftretenden Quadratzahlen die Zahlen (1) $3^2 = 9$, (2) $5^2 = 25$, (3) $7^2 = 49$, (4) $9^2 = 81$, (5) $11^2 = 121$, (6) $13^2 = 169$.

Wegen $3 = 1 \cdot 2 + 1$, $5 = 2 \cdot 2 + 1$, $7 = 3 \cdot 2 + 1$, $9 = 4 \cdot 2 + 1$, $11 = 5 \cdot 2 + 1$ erkennt man, dass die 20-te dieser Quadratzahlen $(20 \cdot 2 + 1)^2 = 41^2 = 1681$ sein muss.

c) Nach diesem Muster heißt die 2018-te Quadratzahl $(2018 \cdot 2 + 1)^2 = 4037^2 = 16297369$

Wegen $16297369 = 8148684 + 8148685$ steht sie an der 8148684-ten Stelle der Ausgangsfolge.