FÜMO 25 2. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Wer gewinnt?

a) Anja gewinnt, wenn sie im ersten Zug das 2x2-Quadrat in der Mitte färbt. Dann verbleiben noch vier Einheitsquadrate (EQ), die nur einzeln gefärbt werden können. Da B am Zug ist, kann A das letzte EQ färben und gewinnt.

1B	1A	1A	2B
2A	1A	1A	3A

b) Anja (A) gewinnt, wenn sie ein EQ in der 1. Spalte färbt.
Berta (B) hat dann nur folgende Möglichkeiten:

(1) B wählt ein 2x2-Quadrat in Spalte 2,3 oder 3,4 oder 5,6.
Dann wählt A in einer der freien Spalten wieder ein EQ, es verbleiben vier einzelne EQ, von denen A (da B am Zug ist) das letzte färben kann.

1A	1B	1B	2A	
	1B	1B		

(2) B wählt ein EQ. Gleichgültig, wie B wählt, kann A ein 2x2-Quadrat so wählen, dass kein weiteres 2x2-Quadrat übrig bleibt.
Es verbleiben vier einzelne EQ, von denen A (da B am Zug ist) das letzte färben kann.

1A		2A	2A	
	1B	2A	2A	

Aufgabe 2 Kalenderrechnung

a) 1700, 1800 und 1900 sind keine Schaltjahre, weshalb es genau 2016 : 4 -3 = 501 Schaltjahre gab.
b) 4 Jahre entsprechen $3 \cdot 365 + 366 = 1461$ Tage. In 600 000 Tage passen 410 solcher Vierjahres-Abschnitte. Zieht man noch die von Papst Gregor gestrichenen Tage ab, so sind bis Ende 1640 genau $410 \cdot 1461 - 10 = 599\,000$ Tage vergangen. Die restlichen 1 000 Tage entsprechen zwei Normaljahren und 270 Tagen. Der 600000. Tag fiel somit auf den 27. September 1643.
c) Seit Beginn der Zeitrechnung sind bis 1. Februar 2017 insgesamt 2016×365+501+31-10 = 736 362 Tage vergangen. Dies entspricht 105 194 Wochen und 4 Tagen. Rechnet man vom Mittwoch vier Tage zurück, so ist der 1. Tag unserer Zeitrechnung ein Samstag gewesen.

Aufgabe 3 Vereinigt und verschieden

In der ersten Folge ist die Differenz benachbarter Zahlen 5 und in der zweiten Folge 7.
Die kleinste Zahl, die in beiden Folgen vorkommt ist die 16. Da ggT(5;7) = 1, haben die Zahlen, die in beiden Folgen vorkommen, die Form $16 + 35(k - 1)$ mit $k > 0$ und $k \in N$.
Das 2017. Folgeglied der ersten Folge ist $1 + 5 \cdot 2016 = 10\,081$.
Das 2017. Folgeglied der zweiten Folge ist $16 + 7 \cdot 2016 = 14128$.
Also muss gelten $16 + 35(k - 1) \leq 10081$ -> $k < 289$ mit $k > 0$ und $k \in N$.
Das größte k, das diese Bedingungen erfüllt, ist k = 288.
Es kommen also 288 Zahlen in beiden Folgen vor.

Somit enthält die vereinigte Menge $2 \cdot 2017 - 288 = 4034 – 288 = 3746$ verschiedene Zahlen.