FÜMO 25 1. Runde Lösungen 7. Klasse

Aufgabe 1 FÜMO ist überall

Schreibt man in jedes Feld die Anzahl der verschiedenen erlaubten Leseweisen, wie man vom zentralen „F“ zudiesem Feld kommt, so erhält man die nebenstehende Figur:

					1					
				5	1	5				
			10	4	1	4	10			
		10	6	3	1	3	6	10		
	5	4	3	2	1	2	3	4	5	
1	1	1	1	1		1	1	1	1	1
	5	4	3	2	1	2	3	4	5	
		10	6	3	1	3	6	10		
			10	4	1	4	10			
				5	1	5				
					1					

Die Anzahl der Leseweisen ist die Summe der Randzahlen, also $(1 + 5 + 10 + 10 + 5)\cdot 4 = 124$

Aufgabe 2 Flippige Zahlen

a) Die größte Quersumme einer zweistelligen flippigen Zahl ist 8+9 = 17. Also muss sie mindestens dreistellig sein. Da sich die Nachbarziffern um 1 unterscheiden, haben alle flippigen Zahlen von 101 bis 798 eine Quersumme kleiner als 25. Für die nächsten flippigen Zahlen 878 und 898 erhält man die Quersummen 23 und 25.
Damit ist 898 die kleinste flippige Zahl mit der Quersumme 25.
Die größte flippige Zahl mit der Quersumme 25 ist die Zahl mit der größten Stellenzahl:
10101010101010101010101010101010101010101010101010 (50 Stellen).

b) Eine natürliche Zahl ist umso kleiner, je weniger Stellen sie hat. Deshalb sind die Ziffern möglichst groß zu wählen: 8+9 = 17. 2016 : 17 = 118 Rest 10 = 117 Rest 27.
Wegen 5+4+5+6+7 = 27 ist 545678989…89 (239 Stellen mit 117mal die 8 und die 9) die kleinste flippige Zahl.

Aufgabe 3 Viel Glück beim Spiel!

a) Wir bezeichnen mit x, y und z die Beträge, die an den 1., 2. und 3. In jeder Runde ausbezahlt werden. n sei die Anzahl der gespielten Runden. Der Gesamtgewinn in Euro beträgt nach n Runden also $n(x + y + z) = 39$ (= 20 + 10 + 9) bzw.
$x + y + z = \frac{39}{n}$, wobei $x + y + z$ eine ganze Zahl ist.
Die Teiler von 39 sind 1; 3; 13 und 39. Da nach Voraussetzung mehrere Runden gespielt worden sind, scheidet $n = 1$ aus. Für $n = 39$, muss $x+y+z = 1$ sein, im Widerspruch zur Annahme, dass $x, y, z > 0$ ganzzahlig und paarweise verschieden sind.
Aus dem gleichen Grund scheidet auch $n = 13$ aus, da $x+y+z \geq 6$.
Also sind $n = 3$ Runden gespielt worden.

b) Für $n = 3$ ist $x + y + z = 13$. Wir nehmen an, dass $x > y > z$ ist.
Da einer der Freunde 20 Euro gewonnen hat und 3 Runden gespielt wurden, muss $x \geq 7$sein.
Da $x; y; z \geq 1$ paarweise verschieden sind, bleiben also nur die folgenden 4 Möglichkeiten, um x; y; z auf den Gesamt-Rundengewinn 13 aufzuteilen:
(1) 10 + 2 + 1 = 13, (2) 8 + 4 + 1 = 13, (3) 8 + 3 + 2 = 13 und (4) 7 + 4 + 2 = 13.
Die erste Möglichkeit scheidet aus, da es unmöglich ist, mit 1 bzw. 2 Euro Rundengewinn nach 3 Runden auf 9 Euro zu kommen.
Gegen die dritte Zerlegung spricht, dass 9 Euro nur mit $3\cdot 3$ Euro erreicht werden können, es dann aber nicht mehr möglich ist, auf 10 Euro zu kommen.
Die letzte Variante kann analog ausgeschlossen werden.
Übrig bleibt somit nur die Belegung $x = 8$, $y = 4$ und $z = 1$, denn mit 1 + 4 + 4 = 9, 8 + 1 + 1 = 10, 4 + 8 + 8 = 20 existiert eine mögliche Gewinnkombination.