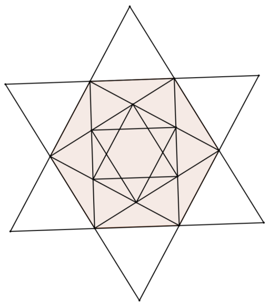
FÜMO 25 1. Runde Lösungen 5. Klasse

Aufgabe 1 Davidsterne

a)



b) Beim Ausgangsstern entstehen sechs Dreiecke.
Mit jedem weiteren Stern kommen 12 Dreiecke dazu.
Also hat man bei drei Sternen $6 + 2\cdot 12 = 30$ Dreiecke.
Bei 25 Davidsternen hat man dann $6 + 24 \cdot 12 = 294$ Dreiecke.

c) $6 + 12\cdot x = 2016 \Rightarrow 12\cdot x = 2010 \Rightarrow x = 167{,}5$
Also muss man in den Anfangsstern 168 Sterne zeichnen.

Aufgabe 2 Ziffernsummen von 2016

a) Da als Summe zweier Ziffern 1 auftritt, müssen die Ziffern 0 und 1 in der Zahl vorkommen. Die Summe 2 ist nur möglich mit (1) $2 = 1 + 1$ oder (2) $2 = 0 + 2$

(1) Die Zahl enthält als Ziffern 0 und zweimal die 1. Da als Summe die 3 auftritt, kann die vierte Ziffer nur eine 1, ein 2 oder eine 3 sein. Mit keiner dieser Ziffern könnte als Summe die 8 erreicht werden. Damit ist Fall (1) nicht möglich.

(2) Die Zahl enthält die Ziffern 0, 1 und 2. Da als Summe 8 auftritt, kann die vierte Ziffer nur 6, 7 oder 8 sein. Wäre sie 7, müsste $2+7 = 9$ als Summe vorkommen. Wäre sie 8, müsste $2+8 = 10$ vorkommen. Also bleibt als vierte Ziffer nur die 6.

Die gesuchten Zahlen enthalten also die Ziffern 0, 1, 2 und 6. Damit erhält man außer 2016 die Zahlen 1026, 1062, 1206,1260, 1602, 1620, 2061, 2106, 2160, 2601, 2610, 6012, 6021, 6102, 6120, 6201 und 6210.

b) Da man wegen $1+1 = 2$ eine Zahl erhält, die bereits vorkommt, kann man beliebig viele 1er hinzufügen, also z.B. 11…1206 (mit 22-mal die 1).

Aufgabe 3 FüMO wird 25

Da F=1, sind 1, 2 und 5 nicht mehr möglich, also ist $W \geq 3$ und $R \geq 4$.

1. Sei $W = 3$ und $R = 4$ (Restziffern 0, 6, 7, 8, 9)

   a) $Ü = 0$
   Wegen $I, D > 5$ ist $I + D > 12$ bzw. $I + D + 5 > 17$.
   1. Fall: $I + D + 5 < 20$, d.h. $I + D < 15$. Dann gilt für die Zehner: $1 + M = 3 + 4 + 2 + 1$, also $M = 9$.
   Mit $I = 6$ und $D = 7$ ist $O = 8$ und $(10 + 98) – (36 + 47) = 25$ eine wahre Aussage.
   Mit $I = 6$ und $D = 8$ ist $O = 7$ und $(10 + 97) – (36 + 48) = 25$ eine falsche Aussage.
   2. Fall: $I + D > 15$. Dann gilt für die Zehner: $1 + M = 3 + 4 + 2 + 2$, also $M = 10 > 9$.

   b) $Ü > 0$, d.h. $I = 0$
   Wegen $Ü, O, D > 5$ und ist $Ü + O > 12$ und $D + 5 > 10$.
   Dann gilt für die Zehner: $2 + M = 3 + 4 + 2 + 1$, also $M = 8$.
   Wegen $Ü + O = 5 + D$ gibt es für $D = 6, 7, 9$ keine Lösung für Ü und O.

2. $W \geq 4$ (d.h. $R \geq 6$)
   Dann gibt es links $1 + M$ oder $2 + M$ Zehner und rechts mindestens $4 + 6 + 2 = 12$ Zehner, d.h. es gibt wegen $M \geq 10$ keine weitere Lösung mehr.

Also gibt es genau eine Lösung: F=1, Ü=0, M= 9, O=8, W=3, I= 6, R=4, D=7