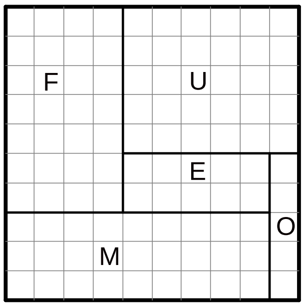
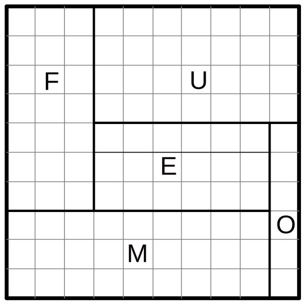
FÜMO 24 2. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Fünf Rechtecke im Quadrat





a) 30 = 5·6, also hat U den Umfang (5+6)·2 = 22.
Gesucht ist eine kleinere Zahl als 30, die sich in zwei Faktoren zerlegen lässt, deren doppelte Summe größer als 22 ist. Für 29 und 28 (= 7·4, (7+4)·2 = 22) ist dies nicht möglich.
Für 27 = 3·9 ist aber (9+3)·2 = 24 > 22. Also wählt man für M die Seiten 3 und 9.
Der Flächeninhalt von F ist 28 < 30, von E: 10 < 30, von O: 5 < 30.
Der Umfang von F ist 22 < 24, von E: 14 < 24, von O: 12 < 24.

b) Die zweite Abbildung zeigt eine Zerlegung in der die Bedingung von a) erfüllt ist.
Der Flächeninhalt von U ist mit 28 < 30 der größte aller fünf Rechtecke (F: 21, E: 18, O: 6, M: 27),
Der Umfang von M ist mit 24 der größte aller fünf Rechtecke (F:20, U: 22, E: 18, O: 14).

Aufgabe 2 Bowle

a) 2 Liter Bowle enthalten 0,12·2 l = 0,24 l Zucker. Davon nimmt Mutter den vierten Teil, also 0,06 l, und gießt ihn in den Krug mit Wasser, welcher nun 1,5 l Flüssigkeit enthält. Ein Drittel davon, also auch 0,02 l Zucker, schüttet sie wieder in die Bowle.
Im Krug befindet sich wieder ein Liter Getränk mit nun 0,04 l Zucker, was 4% Zuckergehalt bedeutet. Im Bowlegefäß sind wieder zwei Liter mit nun (0,24 l – 0,06 l) + 0,02 l = 0,2 l Zucker. Da ein Liter 0,1 l Zucker enthält, beträgt der Zuckergehalt der Bowle noch 10%.

b) Da in beiden Gefäßen vorher und nachher die gleichen Mengen sind, sind auch die Austauschmengen gleich, d.h. es ist gleich viel Bowle im Krug wie Wasser im Bowlegefäß.

Aufgabe 3 Kalenderbruch

a) Nach Kürzen des gemeinsamen Faktors A lautet der Bruch F·E·B·R·U·R / M·I. Damit der Bruchwert groß wird, sollte der Nenner möglichst klein sein, hier also M·I = 1·2. Der doppelte Buchstabe R müsste für die Zahl 9 stehen. F, E, B und U ersetzt man durch die größten noch nicht verwendeten Zahlen, also 8, 7, 6 und 5.
Damit ergibt sich mit F·E·B·R·U·R / M·I = 8·7·6·9·5·9 / 1·2 = 136080/2 = 68040 der größte Wert.

b) Am kleinsten wird der Bruchwert, wenn im Zähler die kleinsten Zahlen und im Nenner die größten Zahlen verwendet werden. Hier gilt dann: F·E·B·R·U·R / M·I = 2·3·4·1·5·1 / 8·9 = 5/3 = 1 2/3.

c) Man erhält den Wert 2, wenn der Zähler doppelt so groß wie der Nenner ist, also der Zähler sämtliche Primfaktoren des Nenners enthält und die 2. Bei dem Nenner $9 \cdot 8 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ müssen im Zähler die Faktoren 3, 6, 2 und 4 sowie die 1 doppelt vorkommen. Der gekürzte Bruch lautet damit $F \cdot E \cdot B \cdot R \cdot U \cdot R/M \cdot I = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 1/9 \cdot 8 = 144/72 = 2$. Dies ist die einzige Produktdarstellung des gekürzten Bruchs, da die fehlenden Ziffern 5 und 7 im gekürzten Bruch nicht auftreten können und der Nenner daher nicht kleiner werden kann.

Im Nenner können die Zahlen 8 und 9 vertauscht werden. Hier gibt es also 2 Möglichkeiten.
Das R im Zähler kann nur durch 1 ersetzt werden und für die Buchstaben F, E, B und U gibt es nur vier mögliche Ziffern, weshalb hier 4·3·2·1 = 24 Verteilungen der vier Ziffern auf die vier Buchsstaben möglich sind. Dazu gibt es 2 Möglichkeiten für den gekürzten Faktor A, insgesamt also 2·1·24·2 = 96 Möglichkeiten.