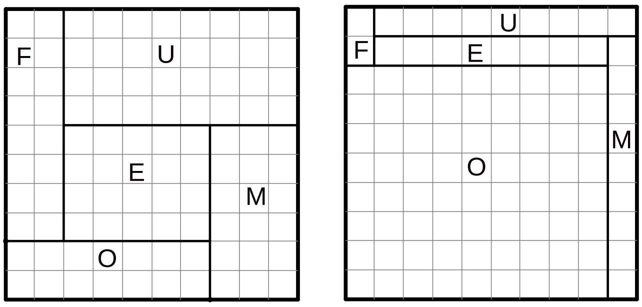
FÜMO 24 2. Runde Lösungen 5. Klasse

Aufgabe 1 FüMO im Quadrat



a) $32 = 4 \cdot 8$ und $14 = 2 \cdot 7$. Daraus folgt, dass die längeren Seiten von U und O parallel zueinander liegen müssen, da andernfalls wegen $8+2 = 10$ kein Rechteck E entstehen könnte. Durch die Lage von U und O ist E festgelegt (vgl. Abbildung).
E hat den Flächeninhalt 20 FE.
Liegt U hochkant, liegt auch O hochkant. Wegen der Achsensymmetrie zur Diagonalen des Quadrats erhält man für E den gleichen Flächeninhalt.

b) Der maximale Flächeninhalt von E und O zusammen beträgt $9 \cdot 8 + 8 \cdot 1 = 80$. Dabei sind die Seiten von O mit 9 (wegen M) und 8 (wegen F und E) maximal. E hat dann die Seiten 8 (wegen F und M) und 1. Vergrößert man E, wird auch F größer und deshalb O und E zusammen kleiner.

Aufgabe 2 Ziffernzahlen

a) Aus 8000000002 geht hervor, dass die gesuchten Zahlen 8 Nullen und 2 Neuner enthalten, also 9900000000, 9090000000, 9009000000, …, 9000000009 (neun Zahlen).

b) Z.B. liefert die Ziffernzahl 1234567890 eine Ziffernzahl 1111111111 ohne 0.

c) Durch Probieren findet man, dass die Zahl 6210001000 wieder 6210001000 ergibt.

d) 8100000001 ergibt als 1. Zahl 7200000010, es folgen 7110000100 (2), 6300000100 (3), 7101001000 (4), 6300000100 (5), 7101001000 (6), 6300000100 (7), ….
Offensichtlich wiederholen sich die letzten zwei Zahlen.
Dabei steht 7101001000 an jeder geraden Stelle, 6300000100 an jeder ungeraden Stelle.
Da 2016 gerade ist, ist 7101001000 die gesuchte Zahl.

Aufgabe 3 2016 Beine

a) Damit man möglichst viele Einwohner erhält, betrachtet man möglichst viele Tredis:
$2016 - 5(4+5) = 1971$, $1971:3 = 657$. Dies ergibt 657 Tredis, 5 Quadris und 5 Pentis, also 667 Einwohner (Probe: $657 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 2016$). Erhöht man die Zahl der Quadris oder Pentis, verkleinert dies die Zahl der Tredis um mindestens diese Zahl. Also gibt es maximal 667 Einwohner.

b) Ein Tetri, ein Quadri und ein Penti haben zusammen $3+4+5 = 12$ Beine. Wegen $2016:12 = 168$ gibt es in diesem Fall von jeder Art 168, also zusammen $168 \cdot 3 = 504$ Bewohner.

c) Da sich jeweils 5 Quadris und 5 Pentis unter den Bewohnern befinden müssen, werden $620 - 10 = 610$ Bewohner mit $2016 - 5 \cdot (4+5) = 1971$ Beinen betrachtet. Wären diese Bewohner alle Tredis, hätten diese $610 \cdot 3 = 1830$. Damit fehlen $1971 - 1830 = 141$ Beine. Wandelt man 70 Tredis in 70 Pentis und einen Tredi in einen Quadri um, so erhält man $610 - 71 = 539$ Tredis, $5 + 1 = 6$ Quadris und $5 + 70 = 75$ Pentis mit $539 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 75 \cdot 5 = 1617 + 24 + 375 = 2016$ Beinen.
Wären es unter den 620 Bewohnern 540 Tredis, hätten diese nur
$540 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 75 \cdot 5 = 1620 + 20 + 375 = 2015$ Beine.
Also kann es unter 620 Bewohnern höchstens 539 Tredis geben.