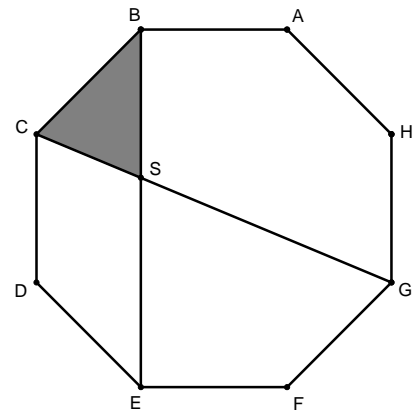


Aufgabe 1 Dreieck im Achteck

Aus Symmetriegründen gilt:

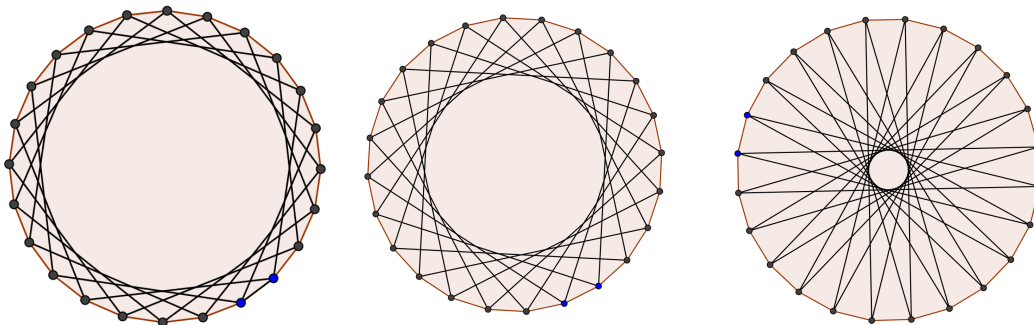
- (1) Alle Innenwinkel des Achtecks sind gleich groß,
- (2) $CD \parallel BE$, BE steht senkrecht auf AB und EF ,
- (3) CG ist Symmetrieachse und halbiert den $\angle DCB$.

Da in einem n -Eck die Winkelsumme $(n-2) \cdot 180^\circ$ beträgt, beträgt diese im Achteck $6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$. Wegen (1) gilt deshalb für den Innenwinkel $\angle CBA = 1080^\circ : 8 = 135^\circ$.
 Wegen (2) gilt dann: $\angle CBS = \angle CBA - 90^\circ = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$.
 Wegen (3) ist $\angle SCB = \angle DCB : 2 = 135^\circ : 2 = 67,5^\circ$.
 Wegen $\angle CBS + \angle SBC + \angle BSC = 180^\circ$, ist $\angle BSC = 180^\circ - (45^\circ + 67,5^\circ) = 180^\circ - 112,5^\circ = 67,5^\circ$.
 Also ist das Dreieck CSB gleichschenkelig mit der Spitze B .



Aufgabe 2 Ein-Weg-Sterne

- a) Wenn man einen Ein-Weg-Stern mit n Spitzen erzeugen will, muss jeder Eckpunkt des n -Ecks verwendet werden. Dies trifft nur für solche Werte von k zu, die außer 1 keinen gemeinsamen Teiler mit 24 haben. Andernfalls wird der entstehende Stern schon nach dem Zeichnen von weniger als 24 Diagonalen geschlossen, z.B. für $k=9$. Nummeriert man die 24 Punkte mit 1 bis 24, So erhält man beim Weitergehen um 9 Punkte den Stern: 1-10-19-4-13-22-7-16-1. Die einzigen Zahlen, die mit 24 keinen gemeinsamen Teiler haben, sind 5, 7, 11, 13, 17 und 19. Dabei entstehen für 5 und 19, 7 und 17, sowie 11 und 13 jeweils dieselben Sterne (Symmetrie).
 Damit kommen nur drei Diagonalenlängen in Frage (Weitergehen um 5, 7 und 11 Punkte):

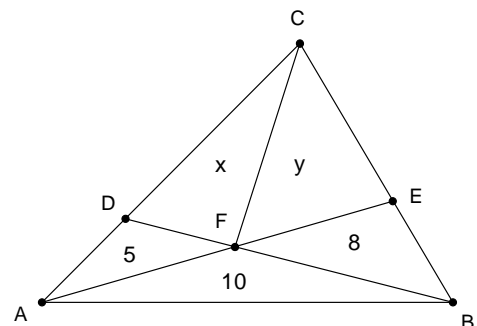


- b) Man suche alle Zahlen k mit $1 < k < 0,5n$, für die gilt: $ggT(n; k) = 1$.

Aufgabe 3 Platz für Schafe

Das Dreieck wird wie in der Figur beschriftet.
 Die Terme x , y , 5, 8 und 10 sind die entsprechenden Flächeninhalte.
 Für den Flächeninhalt eines Dreiecks gilt: $A = g \cdot h / 2$.
 Hiervon ausgehend gilt dann: Stimmen zwei Dreiecke in einer Höhe überein, dann verhalten sich ihre Flächen wie die entsprechenden Grundseiten.

- (1) Die Dreiecke AFC und FEC stimmen in der Höhe bezüglich der Grundlinien AF und FE überein.
- (2) Die Dreiecke AFC und FEC stimmen in der Höhe bezüglich der Grundlinien DC und AD überein.



Aus (1) folgt: $\frac{x+5}{y} = \frac{AF}{FE} = \frac{10}{8}$, aus (2) folgt: $\frac{x}{5} = \frac{CD}{AD} = \frac{x+y+8}{15}$.

Durch Umstellen erhält man: (1) $8x - 10y = -40$; (2) $10x - 5y = 40$.
 Nach Addition von (1) und (2) erhält man $18x - 15y = 0$ bzw. $18x = 15y$, d.h. $y = 6x/5$.
 Eingesetzt in (1) ergibt sich $8x + 40 = 12x$, also $4x = 40$ bzw. $x = 10$. Damit ist $y = 12$ und im Bereich N können $x + y = 22$ Schafe grasen.