FÜMO 24 1. Runde Lösungen 7. Klasse

Aufgabe 1 Mathetag

Die Anzahl der FüMO-Sieger sei f.

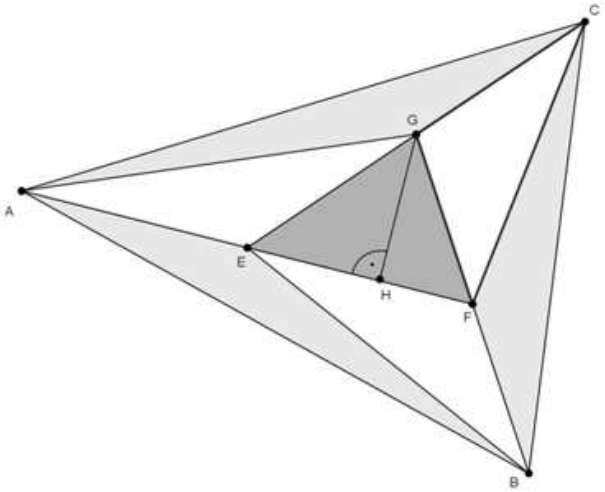
Dann folgt aus der Aussage von Paul:
$50 < f + 19 < 80$, also $31 < f < 61$. D.h. $f = 36$ oder $f = 45$ oder $f = 54$.

Die Aussage von Alfred liefert: $20 < f - 17 < 40$, also $37 < f < 57$. D.h. $f = 45$ oder $f = 54$

Die Aussage von Eike ergibt für $f = 45$: $45 + 19 = 64$ und $64 - 13 = 51$ (nicht durch 6 teilbar!),
für $f = 54$ erhält man: $54 + 19 = 73$ und $73 - 13 = 60$ (durch 6 teilbar).

Antwort: In jedem Workshop sind 10 Schüler!

Aufgabe 2 Dreieck im Dreieck



Man verbindet die Punkte A und E, B und E, B und F, C und F, C und G sowie A und G miteinander. Wie in der Aufgabenstellung gefordert, ist E der Mittelpunkt der Strecke [AF], F der Mittelpunkt der Strecke [BG] und G der Mittelpunkt der Strecke [CE]. Weiterhin sei GH die Höhe auf EF im ΔEFG. Die Bezeichnungen sind der Abbildung zu entnehmen.
Es wird nun gezeigt, dass die sieben Dreiecke Δ EFG, Δ ABE, Δ EBF, Δ BCF, Δ FCG, Δ AGC und Δ AEG, die das Δ ABC vollständig und ohne Überlappungen abdecken, flächengleich sind.
Mit A(Δ XYZ) bezeichnet man den Flächeninhalt von ΔXYZ:
BE ist Seitenhalbierende im Δ ABF, also gilt A(Δ ABE) = A(Δ EBF).
CF ist Seitenhalbierende im Δ BCG also gilt A(Δ BCF) = A(Δ FCG).
AG ist Seitenhalbierende im Δ CAE also gilt A(Δ AGC) = A(Δ AEG).
A (Δ EFG) = ½ $\overline{EF} \cdot \overline{GH}$, A (Δ AEG) = = ½ $\overline{AE} \cdot \overline{GH}$.
Da EF = AE, folgt A(Δ EFG) = A(Δ AEG). Analog gilt: A(Δ EFG) = A(Δ EBF) und A(Δ EFG) = A(Δ FCG)
Damit gilt: A (Δ EFG) = A (Δ AEG) = A(Δ EBF) = A(Δ FCG)
Da A (Δ ABE) = A(Δ EBF), folgt A(Δ ABE) = A(Δ EFG)
Da A (Δ BCF) = A(Δ FCG), folgt A(Δ BCF) = A(Δ EFG)
Da A (Δ AGC) = A(Δ AEG), folgt A(Δ AGC) = A(Δ EFG)
Daraus folgt, dass die betrachteten sieben Dreiecke alle den gleichen Flächeninhalt haben. Also beträgt der Flächeninhalt des Δ EFG ein Siebtel des Flächeninhalts des Δ ABC.

Aufgabe 3 Gedankenspiel

Wird nicht die letzte Ziffer gestrichen, stimmen die Einerziffer der gedachten Zahl und der reduzierten Zahl überein. Damit müsste die Einerziffer des Ergebnisses gerade sein.
Also wurde die letzte Zahl gestrichen.
Gesucht ist eine Lösung für

$$\begin{array}{r} abcx \\ \underline{+\ abc} \\ 2015 \end{array}$$

Für a = 2 ergibt sich sofort ein Widerspruch, da a+b die Einerziffer 0 liefern muss und das geht nur mit Übertrag.
Für a = 1 geht nur noch b = 8 und c = 3
Daraus folgt: Die gestrichene Ziffer ist eine 2