FÜMO 24 1. Runde Lösungen 6. Klasse

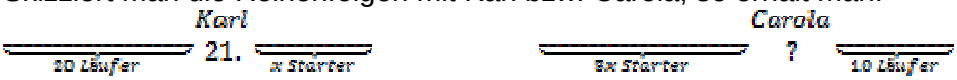
Aufgabe 1 Mastermind

a) Die Zeilen 3 und 4 stimmen in den Ziffern 2, 6 und 8 überein. Würden nur zwei von den drei Ziffern korrekt sein, so müssten auch 1 und 7 (Zeile 3) sowie 3 und 5 (Zeile 4) richtig sein, die Lösungsfolge also aus 6 Ziffern bestehen. Also sind 6, 2 und 8 richtige Ziffern. Diese Ziffern kommen auch in Zeile 2 vor, weshalb 1 und 0 falsch sind. Damit muss 7 die vierte korrekte Ziffer in Zeile 3 sein und zugleich die einzige richtige Ziffer in Zeile 1 sein. Die 3 ist also falsch und damit ist wegen Zeile 4 noch die 5 richtig. Lösungsziffern: 2, 5, 6, 7 und 8.

b) In zweiter Zeile sind die Ziffern 8, 2 und 6 richtig, doch nur eine am richtigen Platz.
<u>1. Fall</u>: 8 ist am richtigen Platz (also _8_ _ _). In der 4. Zeile haben 2 und 8 die falschen Plätze, also sind 6 und 5 richtig platziert (6 8 _ 5 _). Da 7 nicht in der Mitte ist (1. Zeile), muss 2 in der Mitte sein, wonach in der 2. Zeile 2 Plätze richtig wären. (keine Lösung)
<u>2. Fall</u>: 2 ist am richtigen Ort (also _ _ 2 _ _). Nach 2. und 3. Zeile müssen 6 und 8 außen liegen. Bei 8_2_6 können in der 4. Zeile keine zwei Plätze mehr richtig sein. (keine Lösung)
Bei 6_2_8 sind in 4. Zeile 6 und 8 richtig positioniert, also muss 5 auf die 2. Stelle und für 7 bleibt die vierte. **<u>65278</u>** <u>ist eine Lösung</u>.
<u>3. Fall</u>: 6 ist am richtigen Platz (also _ _ _ 6 _). Hier haben 6 und 5 in 4. Zeile falsche Position, also sind 2 und 8 richtig (_2_68). 7 kann aber wegen 3. Zeile nicht vorne und wegen 1. Zeile nicht in der Mitte stehen. (keine Lösung)

Aufgabe 2 Wer vor wem?

Skizziert man die Reihenfolgen mit Karl bzw. Carola, so erhält man:



Vor Karl sind 20 Läufer, hinter Carola halb so viele, also 10 Teilnehmer.
Probiert man verschiedene Anzahlen x von Läufer hinter Karl, so sind vor Carola $3 \cdot x$ Starter.
Die Gesamtteilnehmerzahlen sind im 1. Fall (mit Karl) 21 + x und im 2. Fall 3·x + 1+ 10 (Carola mitzählen!). Für die Lösung müssen beide Gesamtzahlen übereinstimmen.

Läufer nach Karl	x	0	1	2	3	4	5	6
Gesamtteilnehmer (1. Fall)	21 + x	21	22	23	24	25	**26**	27
Läufer vor Carola	3x	0	3	6	9	12	15	18
Gesamtteilnehmerzahl (2. Fall)	3x+11	11	14	17	20	23	**26**	29

Nur für x = 5 stimmen beide Gesamtteilnehmerzahlen überein. Da mit zunehmendem x die zweite Teilnehmerzahl stärker als die erste steigt, gibt es nur diese eine Lösung x = 5. Carola erreichte den (3·5 + 1 =) <u>16. Platz</u>, war also schneller als Karl.
(Statt der Tabelle könnte man die Ausdrücke der beiden Gesamtteilnehmerzahlen gleichsetzen und die Gleichung 21 + x = 3x + 11 lösen.)

Aufgabe 3 Kleines Einmaleins

1. Da die Ziffern 0 nicht auftritt, braucht kein Produkt mit dem Faktor 10 betrachtet werden.
2. Es gibt kein Ergebnis mit 9 als erster Ziffer, also kann 9 nur als letzte Ziffer auftreten. Davor muss die 4 stehen (49=7·7). ⇒ _ _ _ _ _ _ _ 4 9
3. Es gibt nur zwei Ergebnisse mit der Ziffer 7 (27=9·3 und 72=9·8). Da 7 jeweils mit 2 kombiniert ist, darf 7 nur in einem Zweierverband auftreten.
   Daher kann die 7 nur vorne stehen, gefolgt von der 2. ⇒ 7 2 _ _ _ _ _ 4 9
4. Nach der 8 darf nur die 1 folgen (81=9·9). Vor der 8 kann nur 1 (18=9·2), 2 (28=7·4) oder 4 (48=8·6) stehen, wovon nur noch 2 möglich ist. Damit gilt: 7 2 8 1 _ _ _ 4 9
5. Da die 3 im kleinen Einmaleins weder hinter der 1 noch vor der 4 stehen kann, muss die 3 an 6. Stelle sein. ⇒ 7 2 8 1 _ 3 _ 4 9
6. Die fehlende 5 passt nur zwischen 3 und 4 (35=7·5 bzw. 54=9·6), weshalb die 6 vor der 3 stehen muss (16=4·4 und 63=9·7). Die Lösung lautet somit: <u>7 2 8 1 6 3 5 4 9</u>