

**Aufgabe 1 Keine Ziffer zweimal**

a) Wir zählen die geeigneten Zahlen durch:

Einstellige Zahlen	9
zweistellige Zahlen: (keine 0 an 1. Stelle, 2. Stelle verschieden von 1. Ziffer)	9·9 = 81
dreistellige Zahlen: (9 Ziffern an 1. Stelle, 9 (ungleich 1. Ziffer) an 2. Stelle und 8 Möglichkeiten (ungleich 1. und 2. Ziffer) an 3. Stelle)	9·9·8 = 648
von 1000 bis 1999: (entsprechend)	1·9·8·7 = 504
von 2000 bis 2015: nur die Zahlen 2013, 2014 und 2015	3
	1245

2015 steht daher an 1245. Stelle.

b) Nach a) gibt es bis 1999 insgesamt 1242 Zahlen, bis 2999 kommen nochmals  $1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$  weitere dazu, weshalb es zusammen 1746 Zahlen sind.

Von 3000 bis 3499 gibt es weitere  $1 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7 = 224$  Zahlen (zusammen 1970); von 3500 bis 3579 kommen nochmals  $1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 7 = 42$  dazu. Insgesamt sind es bis 3579 genau 2012 Zahlen.

Die nächsten drei Zahlen lauten 3580, 3581 und 3582 (= 2015. Zahl).

**Aufgabe 2 Dreizimalzahlen**

a)  $(0,1212)_3 = 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot \frac{1}{27} + 2 \cdot \frac{1}{81} = \frac{27}{81} + \frac{18}{81} + \frac{3}{81} + \frac{2}{81} = \frac{50}{81}$ .

b)  $\frac{116}{162} = \frac{58}{81} = \frac{2 \cdot 27 + 3 + 1}{81} = 2 \cdot \frac{27}{81} + \frac{3}{81} + \frac{1}{81} = 2 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot \frac{1}{27} + 1 \cdot \frac{1}{81} = (0,2011)_3$ .

c) Die Zahl 1.

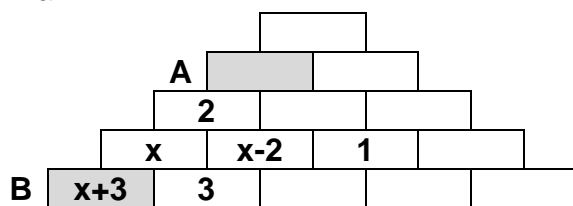
Erinnerung: Ein Bruch hat eine endliche Dezimalbruchentwicklung, wenn der Nenner des gekürzten Bruchs auf eine Stufenzahl, also eine Potenz von 10, erweitert werden kann. (Wegen  $10 = 2 \cdot 5$  darf der Nenner des gekürzten Bruchs daher nur die Primfaktoren 2 und 5 enthalten.)

Beim Dreizimalsystem sind die Stufenzahlen Potenzen von 3, weshalb ein Bruch genau dann eine endliche Dreizimalzahldarstellung hat, wenn der Nenner des gekürzten Bruchs eine Potenz von 3 ist.

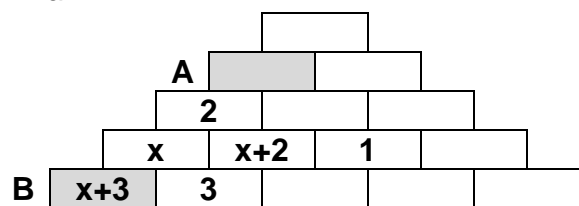
**Aufgabe 3 Dreiecksmuster**

a) Steht links unter der 2 die Zahl  $x$  (größer als 3), so steht im Feld B  $x+3$ , da der Wert von B nicht kleiner als 3 sein kann. Rechts neben  $x$  steht entweder  $x-2$  (1. Fall) oder  $x+2$  (2. Fall).

1. Fall:



2. Fall:



Rechts neben der 2 steht dann der Unterschied zwischen  $x-2$  und 1, also  $x-3$ . Feld A hat dann den Wert  $(x-3) - 2 = x-5$ ; dieser ist also um 8 kleiner als der Inhalt von B.

Hier steht rechts von der 2 die Zahl  $x+1$  und in Feld A  $(x+1) - 2 = x-1$ . Der Wert von A ist hier also um 4 kleiner als B.

b)

