

Aufgabe 1 Hell und dunkel

a)

| | | | |
|---|---|---|--|
| X | | X | |
| X | X | X | |
| X | X | X | |
| X | | X | |

| | | | |
|---|--|---|---|
| X | | X | X |
| | | | X |
| | | | X |
| X | | X | X |

| | | | |
|--|---|---|---|
| | X | X | X |
| | X | | X |
| | X | | X |
| | X | X | X |

| | | | |
|---|---|--|---|
| X | X | | X |
| X | X | | X |
| X | X | | X |
| X | X | | X |

| | | | |
|---|---|--|---|
| X | X | | |
| | | | X |
| | | | X |
| X | X | | |

| | | | |
|---|---|---|--|
| | | X | |
| X | X | X | |
| X | X | X | |
| | | X | |

b) Folgendes Muster könnte dem Startmuster vorausgehen:

| | | | |
|--|---|--|--|
| | X | | |
| | X | | |
| | X | | |
| | X | | |

c) Das Leuchtbild nach dem 23. Beleuchtungswechsel hat das Leuchtbild nach der 2. Runde, da dieses danach konstant bleibt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| X | | X | |
| | X | | X |
| X | | X | |
| | X | | X |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | X | X | X |
| X | | | X |
| X | | | X |
| X | X | X | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| X | X | X | X |
| X | | | X |
| X | | | X |
| X | X | X | X |

| | | | |
|---|---|---|---|
| X | X | X | X |
| X | | | X |
| X | | | X |
| X | X | X | X |

Aufgabe 2 Zettelwirtschaft

- a) Da jeder Zettel genau einmal gezogen wird, beträgt die Summe der fünf genannten Teilsummen gerade $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10 = 55$. Ali, Bea, Cleo und Dani teilen zusammen $17 + 16 + 11 + 7 = 51$ mit, weshalb Emil die Summe 4 melden müsste.
- b) Emil kann die Summe 4 nur mit den Zetteln 1 und 3 erreichen, weil seine Zahlen verschieden sein müssen. Für die Summe 7 von Dani bleiben dann nur noch die Zettel 2 und 5. Die anderen Zerlegungen von $7 = 1 + 6 = 3 + 4$ würden jeweils einen Zettel von Emil benötigen. Aus den verbleibenden Zetteln 4, 6, 7, 8, 9 und 10 kann 11 nur noch mittels $4 + 7$ erreicht werden. Schließlich kann Bea die Summe 16 nur noch mit 6 und 10 und Ali die 17 nur durch 8 und 9 erhalten.
 Ergebnis: Ali: $8 + 9$; Bea: $6 + 10$; Cleo: $4 + 7$; Dani: $2 + 5$ und Emil: $1 + 3$

Aufgabe 3 Stellenanzeige

Einstellige Zahlen haben höchstens zweistellige Quadratzahlen, weshalb hier der Unterschied der Stellen nicht 2 sein kann. Zweistellige Zahlen haben wie $10^2 = 100$ zunächst (bis $31^2 = 961$) dreistellige Quadratzahlen. Erst für $32^2 = 1024$ bis $99^2 = 9801$ sind die Quadratzahlen vierstellig und haben damit 2 Stellen mehr. Auch $100^2 = 10000$ erfüllt die geforderte Bedingung. Dies gilt auch für die Quadrate bis $316^2 = 99856$ ($317^2 = 100489$ hat bereits 3 Stellen mehr als die Basiszahl). Für vierstellige und noch größere Zahlen haben die zugehörigen Quadratzahlen mindestens drei Stellen mehr ($1000^2 = 1000000$). Es erfüllen also genau $316 - 31 = 285$ Zahlen die Bedingung.