# Lösungen FÜMO 22 2. Runde Klassenstufe 6

## Aufgabe 1 Verwischte Ziffern

a) Die Zehnerziffer des 1. Faktors muss 1 sein, da sonst das Ergebnis mindestens $20 \cdot 90 = 1800$, also vierstellig ist. Wegen $12 \cdot 90 = 1080$ kann aus demselben Grund die Einerziffer höchstens 1 sein, der 1. Faktor muss also 10 oder 11 lauten.
Mit 10 kann der 2. Faktor 90, 91, … 99 lauten, das Ergebnis hat hier jeweils die Endziffer 0.
Bei 11 darf der 2. Faktor nur 90 sein, da $11 \cdot 91$ größer als 1000 ist. Auch hier steht die 0 am Ende des Ergebnisses.
Da alle Einsetzungen ein Ergebnis mit Endziffer 0 erzeugen, kann hier **keine 6** stehen.

b) Auch hier kann die Zehnerziffer des 1. Faktors nur eine 1 sein. Mit dem 1. Faktor 10 oder 11 dürfen als 2. Faktor alle zehn Zahlen von 80 bis 89 eingesetzt werden. Bei 12 können wegen $12 \cdot 84 = 1008$ nur noch vier 2. Faktoren 80, 81, 82 oder 83 eingesetzt werden. Es gibt also insgesamt 24 verschiedene korrekte Rechnungen.

## Aufgabe 2 Würfel im Würfel

a) Jeder gelbe Würfel ersetzt acht rote, weshalb Petra möglichst viele gelbe Würfel verwenden sollte. In der Schicht der unteren 2 cm können höchstens vier gelbe Würfel verbaut werden. In der oberen 3 cm-Schicht können ebenso maximal vier gelbe Würfel eingebracht werden. Diese Anzahl von maximal 8 gelben Würfeln kann auch nicht erhöht werden, wenn die genannten Schichten teilweise verschoben werden. Das Volumen der gelben Würfel beträgt maximal $8 \cdot (2\text{cm})^3 = 64\ \text{cm}^3$. .
Subtrahiert man dies vom Gesamtinhalt $(5\text{cm})^3 = 125\ \text{cm}^3$ der Box, so bleiben $61\ \text{cm}^3$.
Petra benötigt im Minimalfall **8 gelbe** und **61 rote Würfel**.

b) (1) Verwendet Petra nur rote Würfel, so braucht sie 125 solcher Würfel.
(2) Ist der größte Würfel ein gelber, so braucht sie mindestens 69 Würfel (vgl. a ).
(3) Setzt sie einen blauen Würfel in die Ecke vorne links unten, so können in dieser unteren 3 cm-Schicht noch maximal drei gelbe und in der oberen 2 cm-Schicht höchstens 4 gelbe Würfel verbaut werden. Diese maximale Anzahl der gelben Würfel ändert sich nicht, wenn gelbe Würfel halb in der unteren 3 cm- und halb in der oberen 2 cm-Schicht verbaut werden. Damit sind $1 \cdot (3\text{cm})^3 + 7 \cdot (2\text{cm})^3 = 83\ \text{cm}^3$ belegt. Für das Restvolumen von $42\text{cm}^3$ muss Petra 42 rote Würfel einsetzen, braucht also insgesamt $1 + 7 + 42 = 50$ Würfel.
(4) Benutzt sie einen grünen Würfel mit Inhalt $(4\text{cm})^3 = 64\ \text{cm}^3$, so kann sie an den Seiten nur noch rote 1cm-Würfel verwenden. Sie benötigt $125 – 64 = 61$ solcher Würfel; in diesem Fall also insgesamt 62 Würfel.
Die kleinste Anzahl von Würfel beträgt also **50 Würfel** (Fall (3)).

## Aufgabe 3 Der Champion

a) Pro Wettbewerb wurden $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ Punkte vergeben, insgesamt also 75 Punkte. Egon erhielt 5 Punkte beim Schwimmen und 3 beim Radfahren, bekam also mindestens $5+3+1+1+1 = 11$ Punkte. Für Bernd, Chris und Dieter blieben höchstens $75-24-11 = 40$ Punkte. Wegen der Eindeutigkeit der Reihenfolge konnten Dieter nur 12, Chris 13 und **Bernd 15 Punkte** erringen.

b) Andi erreichte seine 24 Punkte nur durch vier Siege und einen zweiten Platz im Schwimmen. Wenn Chris in viermal denselben Platz und insgesamt $13 = 4 \cdot 3 + 1$ Punkte erreichte, musste er in allen Disziplinen außer dem Radfahren dritter sein. Im Schwimmen gilt damit die Reihenfolge: Egon, Andi Chris. Da Bernd und Dieter weder Erster noch Dritter wurden, können die 15 Punkte von Bernd nur aus $4 \cdot 3 + 2 + 1$ entstanden sein und für Dieter blieben $1 \cdot 4 + 4 \cdot 2$. Dieter wurde also nie Letzter, im Schwimmen also Vierter und Bernd Fünfter.
Die Reihenfolge im Schwimmen lautete: **1. Egon, 2. Andi, 3. Chris, 4. Dieter und 5. Bernd**.