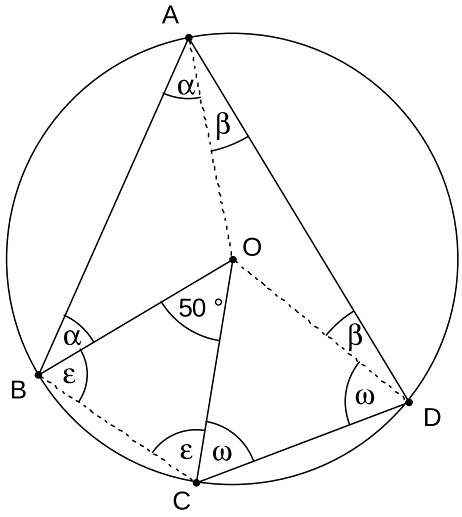
# FÜMO 22 1. Runde Lösungen 7. Klasse

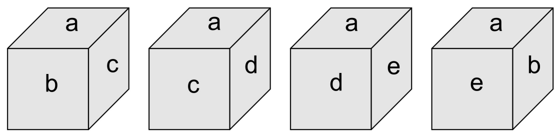
## Aufgabe 1 Verwinkelt




Wir zeichnen noch die Radien [OA] und [OD] ein, verbinden B mit C und bezeichnen die Winkel der vier gleichschenkligen Dreiecke ($\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$) geeignet.

Im Dreieck OBC gilt deshalb 2ε + 50° = 180°, also ε = 65°.
Da im Dreieck OCD nach Voraussetzung auch $\overline{CO} = \overline{CD}$ gilt, ist das Dreieck OCD sogar gleichseitig, also folgt ω = 60°.
Im Viereck ABCD gilt nach dem Satz über die Winkelsumme: $\measuredangle BAD + \measuredangle ABC + \measuredangle BCD + \measuredangle CDA = 360^0$.
Dies liefert nun der Reihe nach:
(β + α) + (α + ε) + (ε + ω) + (ω + β) = 360°,
d.h. 2α + 2ω + 2ε + 2β = 360°, also α + ω + ε + β = 180°.
Mit ε = 65° und ω = 60° folgt α + 60° + 65° + β = 180°, also α + β = 55°.
Nun ist aber $\measuredangle BAD = \alpha + \beta$ und daher $\measuredangle BAD = 55°$.

## Aufgabe 2 Würfelrunde




Es sind nur vier verschiedene Ansichten möglich (s. Abb.). Da aber nur drei Informationen von den Schülern vorliegen, sollten wir mit drei Gleichungen auskommen. Wir benutzen die Bezeichnungen auf den Seitenflächen.
Damit erhalten wir o.B.d.A: (1) a+b+c = 9; (2) a+c+d = 14; (3) a+d+e = 15.
Subtraktion der Gleichungen (2) und (1) liefert d – b = 5, d.h. b < d.
Die einzigen beiden Zahlen aus der Menge {1,2,3,4,5,6}, die sich um genau 5 unterscheiden, sind b = 1 und d = 6.

Wenn wir die Gleichungen (3) und (2) subtrahieren, erhalten wir entsprechend e – c = 1, d.h. e und c unterscheiden sich um genau 1. Wegen b = 1 und d = 6 gibt es dafür nur die drei Möglichkeiten c = 2 und e = 3, c = 3 und e = 4 sowie c = 4 und e = 5.

Wir überprüfen diese Möglichkeiten:

a) c=2, e=3, b=1, d=6: Eingesetzt in (1) ergibt a+1+2=9 oder a=6. Dies ist wegen a=6 nicht möglich.

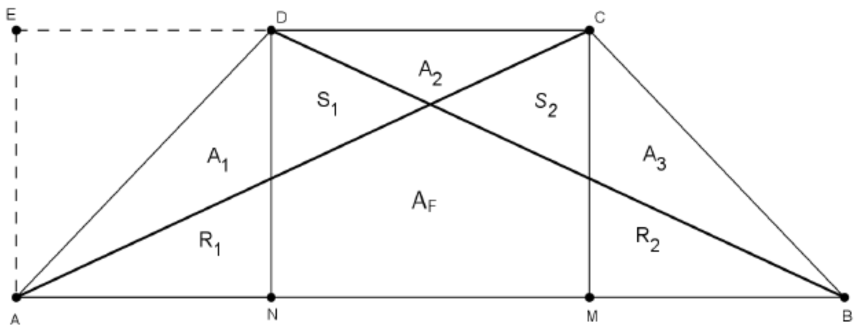
b) c=3, e=4, b=1, d=6: Wieder eingesetzt in (1) ergibt a+1+3=9 d.h. a=5.
Wir überprüfen die Bedingungen (2) und (3): Es ist a+c+d=5+3+6= 14 und a+d+e=5+6+4= 15. Die Bedingungen (2), (3) sind erfüllt. Der Fall **a=5** ist also möglich.

Aber ist dies die einzig mögliche Belegung des Würfels? Wir prüfen noch
c) c=4, e=5, b=1, d=6.
Aus (1) erhalten wir a+1+4=9 bzw. a=4. Dies ist jedoch wegen c=4 nicht möglich.

Nach b) ist die einzige nicht verwendete Augenzahl die Zahl **2**. Sie liegt unten.

## Aufgabe 3 Trapezkunst

Man entnehme alle Bezeichnungen der Abbildung.
Das Trapez ABCD ist gleichschenklig. [AC] und [BD] sind die Diagonalen, [ND] und [MC] die Höhen des Trapezes ABCD.
Es ist zu zeigen:
$A_F = A_1 + A_2 + A_3$




Zunächst ergänzt man das Viereck AMCD zu einem Rechteck AMCE.
Aus Symmetriegründen gilt dann für den Flächeninhalt des Dreiecks ADE:

$$A(ADE) = A(AND) = A(MBC) = A_3 + R_2 \quad \text{und } S_1 = S_2 \text{ bzw. } R_1 = R_2.$$

Da [AC] Diagonale des Rechtecks AMCE ist, gilt

$$R_1 + A_F + S_2 = A_1 + S_1 + A_2 + A_3 + R_2 \text{ , d.h. wegen } S_1 = S_2 \text{ und } R_1 = R_2$$

$$A_F = A_1 + A_2 + A_3 \text{ .}$$