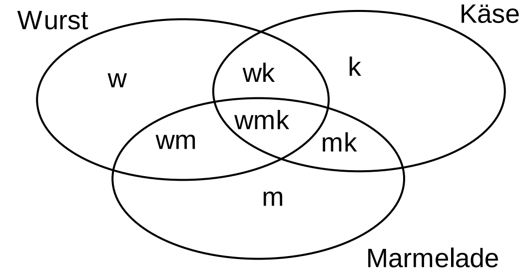
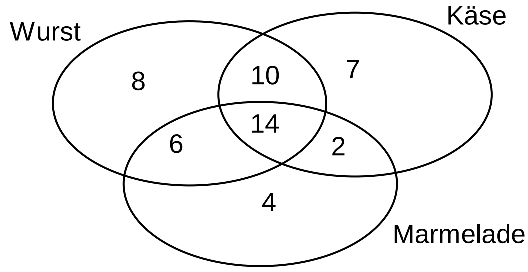
FÜMO 22 1. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Würfelstange (5 Punkte)

Hinweis: Die Oberfläche beinhaltet alle Seitenflächen der Würfelstange.
Die Augenzahlen gegenüberliegender Würfelseiten ergeben zusammen immer 7 Augen, weshalb jeder Würfel mit $2 \cdot 7 = 14$ Augen zur Summe auf den vier langen Seiten des Würfelturms beiträgt.
Da aneinanderstoßende Würfelflächen gleiche Augenzahlen haben, sind bei gerader Anzahl von Würfel oben und unten die gleiche Augenzahl, bei ungerader Anzahl ergeben die Augenzahlen dieser beiden Randflächen zusammen 7.
Wegen $222 = 210 + 12 = 15 \cdot 14 + 12$ ist die Anzahl der Würfel höchstens 15. (Jeder weitere Würfel würde die Gesamtaugenzahl auf den langen Seiten um 14 erhöhen und $16 \cdot 14$ wäre schon zu groß!)
Bei der ungeraden Anzahl 15 wäre nach den Vorüberlegungen nur die Summe $15 \cdot 14 + 7 = 217$ möglich. Bei 14 Würfeln müsste wegen $222 = 14 \cdot 14 + 26$ an den Endflächen oben und unten jeweils die nicht mögliche Augenzahl 13 sein.
Da bei noch kleinerer Würfelanzahl entsprechendes gilt, kann die Augensumme 222 nicht erreicht werden.

Aufgabe 2 Frühstücksbuffet (6 Punkte)





Versucht man im nebenstehenden Diagramm für jedes Teilgebiet die entsprechende Anzahl von Gästen einzutragen, so erkennt man
wegen (2) wm = 6 und wegen (3) $w = 2 \cdot m$,
wegen (1) ist w + wm + m = 18, also gilt
$2 \cdot m + 6 + m = 18$, also $3 \cdot m = 12$.
Daraus folgt m = 4 und w = 8.
Wegen (4) ist w = wk - 2, also gilt: wk = 10 .
Wegen (1) ist w + wk + k = 25, also gilt: k = 7.
Wegen (1) ist m + mk + k = 13, also folgt mk = 2.
Subtrahiert man von 51 die ermittelten Anzahlen ab, so erhält man wmk = 14 und das nun ausgefüllte Diagramm rechts.
Daraus ergeben sich die Antworten:
a) 8
b) 6 + 10 + 2 = 18
c) 14

Aufgabe 3 5 aus 25 (4 Punkte)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

a) In der ersten Zeile gibt es 5 Möglichkeiten, eine Zahl auszuwählen. Zu jeder dieser Möglichkeiten gibt es in der zweiten Zeile noch 4, in der dritten Zeile 3 Möglichkeiten, in der vierten Zeile 2 Möglichkeiten und in der letzen Zeile noch eine Möglichkeit.
Also gibt es insgesamt $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Möglichkeiten.

b) Addiert man die Zahlen der Diagonale von links oben nach rechts unten erhält man 1 + 7 + 13 + 19 + 25 = 65. Diese Summe erhält man für jede erlaubte Auswahl.
Begründung: Die Zahlen der 2. Zeile sind jeweils um 5, die der 3. Zeile jeweils um 10, die der 4. Zeile jeweils um 15 und die der 5. Zeile jeweils um 20 größer als die Zahlen der 1. Zeile.
Da jede Spalte bei der Auswahl vorkommt, erhält man stets
die Summe 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 10 + 15 + 20 = 65.