FüMO 21 2. Runde Lösungen 6. Klasse

Aufgabe 1 Malerarbeiten

Man betrachtet jeweils die für einen Auftrag insgesamt benötigten Arbeitsstunden (in h).
Für die 12 Neubauten würden insgesamt 10 · 9 · 8 h = 720 h benötigt.
Für einen Neubau wären dies 720 h : 12 = 60 h.

Deshalb werden für 11 Häuser (reduzierter Auftrag) 11· 60 h = 660 h benötigt. 4
Eingesetzt werden 3 Tage lang 9 Arbeiter mit je 8 h, dies ergibt 3 · 9 · 8 h = 216 h,
dann 2 Tage lang 8 Maler mit je 8 h, dies ergibt 2 · 8 · 8 h = 128 h
und dann 5 Tage lang 7 Maler mit je 9 h, dies ergibt 5 · 7 · 9 h = 315 h.

Insgesamt werden also 216 h + 128 h + 315 h = 659 h gearbeitet, also 1 h weniger als benötigt.
Damit schafft die Firma den Auftrag ganz knapp nicht.
(Eine Überstunde eines Arbeiters oder 10 min Zusatzarbeit für 6 Maler würden noch benötigt.)

Aufgabe 2 Seltsamer Summenvergleich

Betrachtet man die erste Summe S_1, so bestehen ihre Summanden vor dem Kästchen aus den Quadratzahlen von 1 bis 100, also $1^2 = 1$ bis $100^2 = 10000$.

Die zweite Summe S_2 enthält 98 um 1 vergrößerte Quadatzahlen, als erste $17 = 4^2 +1$ bzw. als letzte $1020^2 = 1012 +1$.

Vergleicht man beide Summen und stellt geeignet um

$S_1 = 16 + 25 + \ldots + 10000 + \square + 1 + 4 + 9$

$S_2 = (16+1) + (25+1) + \ldots + (10000+1) + (10201+1) =$ 5

$= 16 + 25 + \ldots + 10000 + 10201 + 98,$

so unterscheiden sich beide Summen nur am Ende.

Damit gilt: $\square + 1 + 4 + 9 = 10201 + 98 = 10299$.

Für das Kästchen müsste also die Zahl 10299 - 14 = 10285 stehen.

Aufgabe 3 Haufenbildung

Vorbemerkung:
Da nur Haufen mit gerader Steinanzahl verkleinert werden können, muss es vor dem Entstehen eines Haufen mit einem Stein einen Haufen mit zwei Steinen gegeben haben. Ebenso können nur Haufen mit 4, 8, 16, … Steinen in Einzelhaufen verwandelt werden.

a) Eine Möglichkeit für Paula lautet:
(3|7|19) → (10|19) → (5|5|19) → (5|24) → (5|12|12) → (5|6|6|12) → (5|3|3|6|12) →
(8|3|6|12) → (4|4|3|6|12) → (4|3|6|16) → (2|2|3|6|16) → (2|3|8|16) → (1|1|3|8|16) →
(1|4|8|16).
Diese vier Haufen können durch fortlaufende Teilung in 29 Einzelhaufen zerlegt werden.

b) Wegen der ungeraden Anzahlen von Steinen in den drei Haufen können zu Beginn nur zwei Haufen zusammen gelegt werden. Damit ergeben sich folgende drei Anfangsumformungen: 6
(51|49|5) → (100|5) (Beide Steinanzahlen haben den gemeinsamen Teiler 5)
(51|49|5) → (51|54) (gemeinsamer Teiler 3) oder
(51|49|5) → (56|49) (gemeinsamer Teiler 7).
Da diese gemeinsamen Teiler Primzahlen größer als 2 sind, bleiben diese Teiler jeweils beim Zusammenwerfen und Halbieren der Haufen erhalten. Es können also nur Haufen mit Vielfachen von 5, 3 oder 7 Steinen entstehen, jedoch keine Haufen mit nur einem Stein.