# FÜMO 21 1. Runde Lösungen 8. Klasse

## Aufgabe 1

Wir suchen nach einer möglichst kleinen Zahl x, für die gilt: $2013 \cdot x = \ldots..2012$.

Die Einerziffer von x muss 4 sein, da nur das Produkt aus 3 und 4 die Endziffer 2 hat.

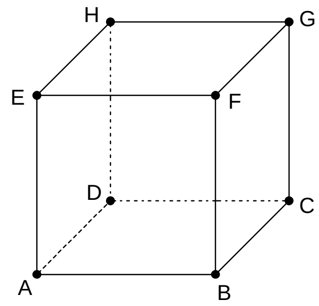
Wegen $2013 \cdot 4 = 80\underline{5}2$ und $5 + 6 = 1\underline{1}$ muss das Produkt aus 3 und der Zehnerziffer die Endziffer 6 haben. Dies trifft nur für die Zehnerziffer 2 zu.

Damit muss gelten $2013 \cdot \ldots 24 = \ldots..2012$.
Wegen $2013 \cdot 24 = 48\underline{3}12$ und $3 + 7 = 1\underline{0}$ muss das Produkt aus 3 und der Hunderterziffer die Endziffer 7 haben. Dies trifft nur für die Hunderterziffer 9 zu.

Damit muss gelten $2013 \cdot \ldots 924 = \ldots..2012$.
Wegen $2013 \cdot 924 = 186\underline{0}012$ und $0 + 2 = \underline{2}$ muss das Produkt aus 3 und der Tausenderziffer die Endziffer 2 haben. Dies trifft nur für die Tausenderziffer 4 zu.

Mit $x = 4924$ erhält man deshalb mit $2013 \cdot 4924 =$ **9912012** die kleinste Zahl mit der geforderten Eigenschaft.

## Aufgabe 2




Die 6 Seitenflächen des Würfels werden folgendermaßen beschriftet:

ABCD mit a, EFGH mit b, ADHE mit c, BCGF mit d, ABFE mit e und DCGH mit f.

Dann gilt für die Summe der Produkte der acht Ecken:

$ace + ade + adf + acf + bce + bde + bdf + bcf = 1001$;

Durch Ausklammern der linken Seite erhält man:

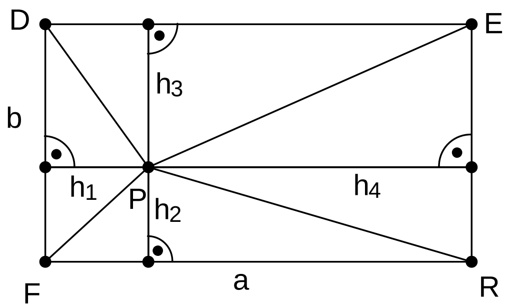
$a(ce + de + df + cf) + b(ce + de + df + cf) = (a+b)(ce + de + df + cf) =$
$(a+b)[e(c+d) + f(c+d)] = (a+b)(c+d)(e+f)$

Zerlegt man 1001 in Primfaktoren, erhält man $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$.

Damit kann man jeder Teilsumme genau eine der Zahlen 7, 11 oder 13 zuordnen.
Für die Summe a+b+c+d+e+f ergibt sich: $(a+b) + (c+d) + (e+f) = 7 + 11 + 13 = 31$.

Eine mögliche Beschriftung wäre $a = 1$, $b = 6$, $c = 2$, $d = 9$, $e = 3$ und $f = 10$.

## Aufgabe 3




$A_1 = A(\Delta PFD)$ (A bedeutet Flächeninhalt)

$A_2 = A(\Delta PFR)$, $A_3 = A(\Delta PED)$, $A = A(FRED) = a \cdot b$

Es gilt $A_1 : A_2 : A_3 = 1 : 2 : 3$ . Daraus folgt:

$$A_2 : A_3 = \left(\tfrac{1}{2} \cdot h_2 \cdot a\right) : \left(\tfrac{1}{2} \cdot h_3 \cdot a\right) = h_2 : h_3 = 2 : 3 \quad \Rightarrow \quad h_2 = \tfrac{2}{3} \cdot h_3$$

$$\Rightarrow \quad h_2 + h_3 = \tfrac{5}{3} \cdot h_3 = b \quad \Rightarrow \quad h_3 = \tfrac{3}{5} \cdot b \quad \Rightarrow \quad h_2 = \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{3}{5} \cdot b = \tfrac{2}{5} \cdot b$$

$$A_1 : A_2 = \left(\tfrac{1}{2} \cdot h_1 \cdot b\right) : \left(\tfrac{1}{2} \cdot h_2 \cdot a\right) = \left(h_1 \cdot b\right) : \left(h_2 \cdot a\right) = 1 : 2$$

$$\Rightarrow \quad h_1 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\left(\tfrac{2}{5} ba\right)}{b} = \frac{\tfrac{2}{5} ba}{2b} = \tfrac{1}{5} a \quad \Rightarrow \quad h_4 = a - h_1 = \tfrac{4}{5} a \quad \Rightarrow \quad A_{\Delta PRE} = \tfrac{1}{2} \cdot h_4 \cdot b = \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{4}{5} \cdot ab = \tfrac{2}{5} \cdot A\,,$$

d.h. der Anteil des Deiecks PRE an der Rechtecksfläche beträgt $\tfrac{2}{5}$.