

Aufgabe 1

Wenn alle Fragen richtig angekreuzt werden, hat man 140 Punkte. 60% von 140 P = 84 P.
Da Kilian die Prüfung gerade noch bestanden hat, hat er genau 85 Punkte erreicht.

Sind r, f und k die Anzahl der richtigen, falschen und nicht gegebenen Antworten, so muss gelten:

$$7 \cdot r - 5 \cdot f + 0 \cdot k = 85 \quad \text{bzw.} \quad 7r = 85 + 5f$$

Für f = 0 erhält man wegen $7r = 85 = 7 \cdot 12 + 1$ keine ganzzahlige Lösung für r.

Gleiches gilt für f = 1 wegen $7r = 90 = 7 \cdot 12 + 6$, für f = 2 wegen $7r = 95 = 7 \cdot 13 + 4$

und für f = 3 wegen $7r = 100 = 7 \cdot 14 + 2$.

Ist f = 4 erhält man wegen $7r = 105 = 7 \cdot 15$ die Lösung r = 15.

Damit hat Kilian wegen $r + f + k = 20$ genau 15 Fragen richtig, 4 Fragen falsch und eine Frage nicht angekreuzt.

16 richtige Antworten können es nicht sein, da in diesem Fall gelten würde: $112 \text{ P} - 85 \text{ P} = 27 \text{ P}$.

Da höchstens 4 Antworten falsch sein können, kann diese Differenz höchstens $20 \text{ P} = 4 \cdot 5 \text{ P}$

betragen. Damit sind auch mehr als 16 richtige Antworten nicht möglich.

Also hat Kilian genau eine Frage nicht beantwortet.

Aufgabe 2

Die Schreibweise [ABC] bezeichnet den Inhalt der Fläche ABC.

Die Punkte A und B sind die Mittelpunkte der Strecken [DD'] und [AA']. Damit sind die Dreiecke D'A'B, D'AB und ABD flächengleich, denn sie stimmen in einer Höhe überein und haben je gleich lange Grundlinien. Dies ergibt die Gleichheit $[AA'D'] = 2 \cdot [ABD]$.

Ähnlich zeigt man die Gleichheit $[CB'C'] = 2 \cdot [CBD]$.

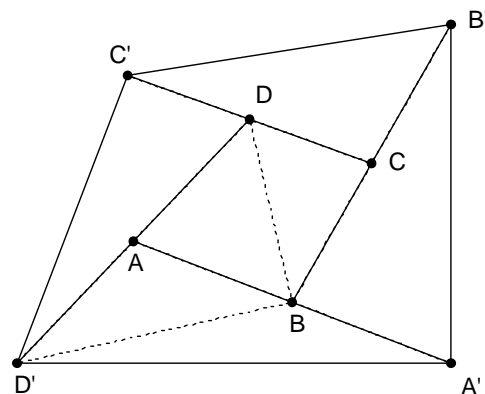
Somit ist

$$[AA'D'] + [CB'C'] = 2 \cdot ([ABD] + [CBD]) = 2 \cdot [ABCD] = 40 \text{ (FE)}.$$

Ebenso schließt man $[BA'B'] + [DC'D'] = 40$.

Zusammen ergibt sich

$$[EFGH] = [ABCD] + \{[AA'D'] + [CB'C']\} + \{[BA'B'] + [DC'D']\} = 20 + 40 + 40 = 100.$$



Aufgabe 3

Der Tag A, an dem übermorgen (von heute an gerechnet) bereits gestern ist, ist von heute aus betrachtet in drei Tagen. Analog ist der Tag B, für den vorgestern noch zukünftiges morgen ist, heute vor drei Tagen.

Probiert man jeden Wochentag für den heutigen Tag aus, so ist A und B nur dann vom letzten bzw. nächsten Sonntag gleich weit entfernt, wenn heute Sonntag ist.

(Dies liegt zum Einen daran, dass zwischen A und B 6 (gerade) Tage sind und zwischen zwei benachbarten Sonntagen 7 (ungerade) Tage sind. Zum Zweiten liegen zwischen letztem und nächsten Sonntag 14 Tage, wenn heute Sonntag ist.)