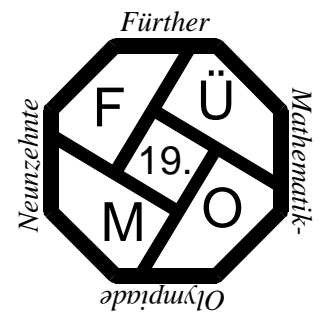


Neunzehnte Fürther Mathematik-Olympiade



www.fuemo.de

Klassenstufe 8

Die Aufgaben der 2. Runde



Aufgabe 1

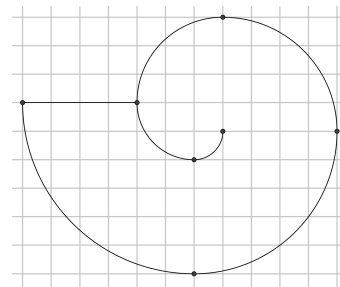
Das Querprodukt $QP(n)$ einer positiven ganzen Zahl n ist das Produkt ihrer Ziffern.

Beispiel: $QP(789) = 7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$.

Wie viele dreistellige Zahlen haben ein Querprodukt, das mindestens 61 und höchstens 64 ist?

Aufgabe 2

Wir konstruieren eine im Uhrzeigersinn gewundene Spirale, die aus lauter Viertelkreisen besteht, die dicht aneinander gehängt werden, so dass eine glatte Kurve ohne Knicke entsteht. Der erste Viertelkreis hat den Radius 1cm, jeder weitere Viertelkreis hat jeweils einen um 1cm größeren Radius als der vorherige.



Beispiel einer Spiralkurve mit 1,5 Windungen

Wie viele vollständige Windungen hat die Spiralkurve maximal, wenn ihr Flächeninhalt $19 \cdot 2011 \text{ cm}^2$ nicht übersteigt?

Aufgabe 3

Eine **Folge** von ganzen Zahlen heißt **arithmetisch**, wenn sich je zwei benachbarte Glieder der Folge um denselben Betrag unterscheiden. Eine arithmetische Folge soll **erstaunlich** heißen, wenn sie die folgenden drei Bedingungen erfüllt:

- (a) Jedes Folgenglied ist höchstens 5000.
- (b) Die Folge enthält mindestens drei verschiedene Glieder.
- (c) Die Summe S aller Folgenglieder beträgt 2011.

In diesem Sinne ist z. B. die arithmetische Folge $-3014, -3011, \dots, -2, 1, 4, \dots, 3013, 3016$ erstaunlich. Wie viele verschiedene erstaunliche Folgen sind möglich?

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist der 04.04.2011

Für jede Aufgabe **muss** ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte hefte(t) die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem **ausführliche Begründungen**.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizuheften:

.....

Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 19. Fürther Mathematik-Olympiade (10/11) teil.

Vorname: _____ Name: _____ m w

Klasse: _____ Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____