

# Lösungen FÜMO 19 1. Runde Klassenstufe 8

## Aufgabe 1

- a) 2,25 Windungen entsprechen neun Viertelkreisen.  
Die Länge eines Viertelkreisbogens mit dem Radius  $r$  beträgt  $\frac{r \cdot \pi}{2}$ .

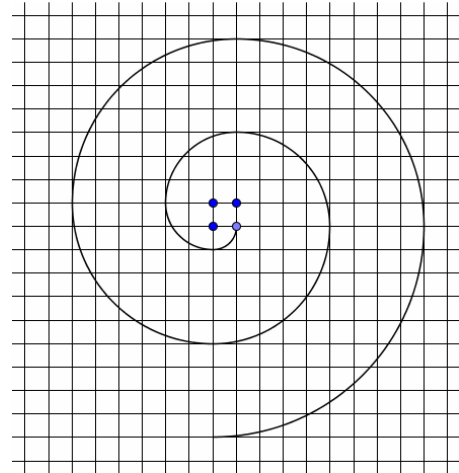
Also hat die Spirale die Länge

$$L = \frac{\pi}{2}(1+2+3+4+5+6+7+8+9) = \frac{45\pi}{2}$$

- b)  $L = \frac{2\pi}{4}(1+2+3+\dots+n) = \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \leq 38190$  (in cm)

$$\Rightarrow n(n+1) \leq \frac{38190 \cdot 4}{\pi} = 48625,018.$$

Also beträgt die Anzahl der Windungen  $220 : 4 = 55$



## Aufgabe 2

Sei  $n = 2k - 3$

$$T = (2k - 3) \cdot (2k - 1) \cdot (2k + 1) \cdot (2k + 3) + 16 = (4k^2 - 1) \cdot (4k^2 - 9) + 16 =$$

$$= 16k^4 - 4k^2 - 36k^2 + 9 + 16 = 16k^4 - 40k^2 + 25 = (4k^2 - 5)^2 \Rightarrow \text{Behauptung}$$

## Aufgabe 3

Der Kreis ist der Inkreis des Dreiecks BCD.  
Sein Mittelpunkt M ist der Schnittpunkt zweier Winkelhalbierender des Dreiecks.

Durch die Parallelen und das Lot von M auf die Diagonale entstehen vier Dreiecke, von denen je zwei nach SWW (Radius, der rechte Winkel, Scheitelwinkel) kongruent sind.

$\Rightarrow$  Das Rechteck ist so groß wie das Diagonalendreieck ABD, also halb so groß wie das Ausgangsrechteck.

