Lösungen FüMO 19 1. Runde Klassenstufe 7

Aufgabe 1

2010 : 21 = 95 Rest 15, also müssen wir die Teiler von 95 · 21 = 1995 bestimmen.

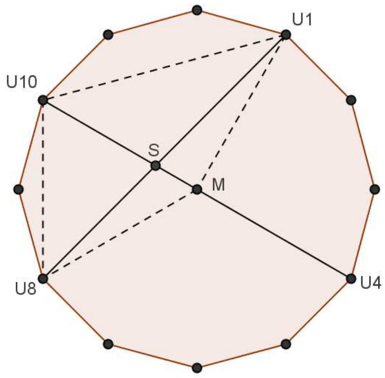
Es gilt: 1995 = 3 · 5 · 7 · 19.

Deshalb hat 1995 die 16 Teiler 1,3,5,7,15,19,21,35,57,95,105,133,285,399,665,1995.

Davon fallen alle Teiler, die nicht größer als der Rest sind und die Zahl 21 weg.

Also gibt es noch 10 Zahlen, die den Rest 15 lassen.

Aufgabe 2



Das Dreieck U_8MU_{10} ist gleichseitig wegen
$< U_{10}MU_8 = 360° : 6 = 60°$ und $U_8M = U_{10}M = r$
Das Dreieck $U_{10}MU_1$ ist rechtwinklig wegen
$< U_1MU_{10} = 360° : 4 = 90°$

$\Rightarrow < U_1MU_8 = 60° + 90° = 150°$

$\Rightarrow < MU_8S = (180° - 150°) : 2 = 15°$, weil
ΔU_8MU_1 gleichschenklig ist wegen $U_8M = U_1M = r$

$\Rightarrow < SU_8U_{10} = 60° - 15° = 45°$ und damit
$< U_{10}SU_8 = 180° - (60° + 45°) = 75°$

Aufgabe 3

Es können maximal 12 aufeinander folgende Zahlen sein.

Solange keine Zehnerzahl überschritten wird, wächst die Quersumme bei der nachfolgenden Zahl um 1. Also kann es zwischen Zehnerzahlen maximal 6 solche Zahlen geben.

(1) Will man möglichst viele aufeinander folgende Zahlen, deren Quersumme nicht durch 7 teilbar ist, sollte die Quersumme der Zahl mit der Einerziffer 9 bei Teilung durch 7 den Rest 6 lassen, denn dann erfüllen die fünf Zahlen davor die geforderte Bedingung.

(2) Damit nach dem Zehnerübergang möglichst viele nachfolgende Zahlen eine nicht durch 7 teilbare Quersumme haben, sollte die Quersumme der Zehnerzahl bei der Teilung durch 7 den Rest 1 haben, damit die folgenden fünf Zahlen passen.

Die Eigenschaft (i) findet man bei den Zahlen 49,139,229,319,409 mit der Quersumme 13 und bei den Zahlen 299,389,479.569,659,749,839,929 mit der Quersumme 20. Bei allen diesen Zahlen erfüllt die folgende Zehnerzahl nicht die Eigenschaft (ii).

Die Zahl 999 erfüllt als erste Zahl beide geforderten Eigenschaften.
Also sind 994,995,996,997,998,999,1000,1001,1002,1003,1004,1005 ein Beispiel für12 aufeinander folgende Zahlen, deren Quersumme nicht durch 7 teilbar ist.