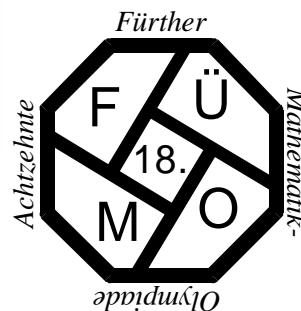


Achtzehnte Fürther Mathematik-Olympiade



HERMANN GUTMANN
STIFTUNG WEISSENBURG



www.fuemo.de

Klassenstufe 8

Die Aufgaben der 2. Runde

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Die Folge der Fibonacci-Zahlen ist $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$

Sie entsteht, wenn zunächst die 0 und die 1 nebeneinander geschrieben und dann immer als nächste Zahl die Summe der beiden vorhergehenden Zahlen gebildet wird.

Von jeder Zahl der Folge nehmen wir der Reihe nach ihre Einerziffer und schreiben sie als Nachkommastelle einer Dezimalzahl, also $0,112358314\dots$

- Begründe, dass die so gebildete Dezimalzahl periodisch ist, ohne zunächst die Periode zu bestimmen.
- Bestimme die Länge der Periode.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Ein Geradenbüschel ist eine Menge von mindestens drei Geraden, die durch einen Punkt – dem Büschelpunkt – gehen.

- Zeichne ein Geradenbüschel aus 3 Geraden und ein Geradenbüschel aus 4 Geraden so, dass keine zwei der gezeichneten Geraden parallel sind.
Wie viele Schnittpunkte gibt es (Büschelpunkte werden mitgezählt)?
- Zwei Geradenbüschel haben keine Gerade gemeinsam und keine Gerade des ersten Büschels ist parallel zu einer Geraden des zweiten Büschels. Wie kann man durch Wahl der jeweiligen Anzahl an Geraden erreichen, dass die Geraden insgesamt 2010 Schnittpunkte bilden?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Poldi baut eine Zahlenfolge nach folgendem Muster:

Wähle eine Startzahl! Schreibe als nächste Zahl die Anzahl der Ziffern in deiner Startzahl auf und dahinter die Anzahl der geraden und ungeraden Ziffern.

Beispiel: $112040675634 \rightarrow 1275 \rightarrow 413 \rightarrow \dots$

Die Zahlenfolge endet, wenn sich die Zahl nicht mehr ändert.

Finde die größte und die kleinste Zahl, die nach einem Schritt in eine sechsstellige Zahl übergeführt wird!

Letzter Abgabetermin für die 2. Runde ist der 21.04.2010

Für jede Aufgabe muss ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte hefte(t) die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem **ausführliche Begründungen**.

Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizuheften:

✍

Ich nehme / Wir nehmen an der 2. Runde der 18. Fürther Mathematik-Olympiade (09/10) teil.

Vorname: _____ Name: _____ m w

Klasse: _____ Schule/Ort: _____

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): _____