

Lösungen FÜMO 18 1. Runde Klassenstufe 7

Aufgabe 1

a) Hat eine Zahl m die Primfaktorzerlegung $m = p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_k^{n_k}$ (wobei p_1, p_2, \dots, p_k Primzahlen und n_1, n_2, \dots, n_k natürliche Zahlen sind), dann besitzt m genau $(n_1 + 1)(n_2 + 2) \cdot \dots \cdot (n_k + 1)$ Teiler.

b) 18 lässt sich auf drei Arten in ein Produkt zerlegen: $18 = 2 \cdot 9 = 3 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

Damit kann z die Form p^m , $p^m q^n$ oder $p^m q^n s^k$ haben (p, q, s Primzahlen und $m, n, k \in \mathbb{N}$).

Um die Zahl z klein zu halten, muss man möglichst kleine Primzahlen wählen, wobei der größte Exponent mit der kleinsten Primzahl kombiniert werden muss.

Also $z = 2^{17} = 131072$ oder $z = 3 \cdot 2^8 = 768$ oder $z = 3^2 \cdot 2^5 = 288$ oder $z = 5 \cdot 3^2 \cdot 2^2 = 180$

$\Rightarrow 180$ ist die kleinste Zahl mit 18 Teilern

Aufgabe 2

a) Am Punkt A treffen die Spitzen von 19 Winkeln zusammen.

Es gilt: $\sphericalangle UAP = 360^\circ - 18\alpha$.

Da die Rauten kongruent und in einer Raute die gegenüberliegenden Seiten parallel sind, gilt:

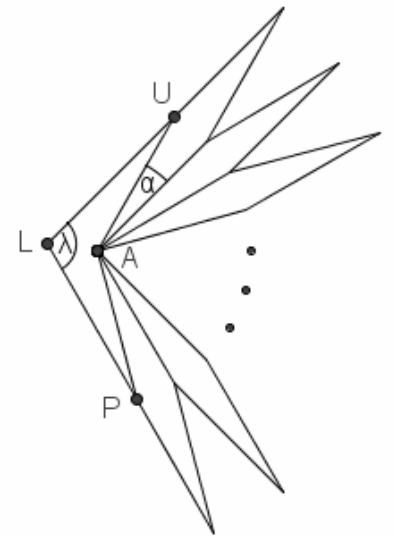
$\sphericalangle LUA = \alpha$ und $\sphericalangle APL = \alpha$ (Wechselwinkel).

$\Rightarrow \lambda = 360^\circ - \alpha - \alpha - (360^\circ - 18\alpha) = 16\alpha$ (Winkelsumme in PAUL)

b) PAUL ist kein Viereck, wenn bei A oder bei L ein gestreckter Winkel ist.

1. Fall: Bei A muss dann gelten: $18\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ$

2. Fall: Bei L muss dann gelten: $16\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 11,25^\circ$



Aufgabe 3

Wenn die Summe von drei beliebigen Zahlen immer kleiner als 2009 sein soll, darf der Summenwert der drei größten Zahlen höchstens 2008 sein.

$2008:3 = 699\frac{1}{3}$, also sind die größten Zahlen 668, 669 und 670.

Wenn das Produkt von drei beliebigen Zahlen immer größer als 2009 sein soll, muss der Produktwert der drei kleinsten Zahlen mindestens 2010 sein.

Da $11 \cdot 12 \cdot 13 = 1716$ und $12 \cdot 13 \cdot 14 = 2184$ ist, sind die drei kleinsten Zahlen 12, 13 und 14.

Die Zahlenmenge ist {12, 13, 14, ..., 668, 669, 670}.