Lösungen FÜMO 17 1. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (5 Punkte)

a) Wegen 4 = 1x4 kann in der 1. Spalte keine 4 mehr vorkommen, wegen 12 = 3x4 muss deshalb in der 1. Spalte ganz unten eine 3 stehen, also kann ganz oben keine 3 (sondern nur eine 2) stehen.
b) Wegen 6 = 2x3 kann in der 1. Zeile keine 2 und keine 3 mehr vorkommen. Wegen der eindeutigen Zerlegung 24 = 2x3x4, bleibt im 3. Feld der 1. Zeile nur eine 4, also im 4. Feld keine 4.
c) Wegen 12 = 3x4 bleiben für das 3. und 4. Feld in der 4. Zeile nur noch 1 und 2. Wegen 4 = 1x4 in der 4. Spalte kann im 4. Feld der 4. Zeile keine 1 befinden, also muss dort eine 2 stehen.

Im nebenstehenden Diagramm ist die Lösung angegeben.

6 **2**	**3**	24 **4**	4 **1**
4 **1**	**2**	**3**	**4**
4	2 **1**	**2**	6 **3**
12 **3**	**4**	**1**	**2**

Aufgabe 2 (5 Punkte)

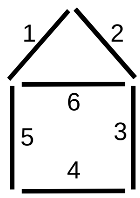
Es gilt: Treffen zwei verschiedenfarbige Fische aufeinander, so nimmt die Anzahl der Fische mit diesen Farben jeweils um 1 ab, die Anzahl der Fische mit der restlichen Farbe um 2 zu.
Damit nur Fische der gleichen Farbe entstehen, muss die Anzahl der Fische mit den anderen zwei Farben gleich groß werden.

Durch Probieren findet man, dass die Fische am Schluss nicht blau sein können. Deshalb versucht man zunächst die Zahl der blauen Fische zu verkleinern. Ein möglicher Weg ist:
Wir lassen 2mal eine roten Fisch mit einem blauen begegnen, daraus entstehen 4 grüne Fische.
Nun sind es 2 – 2 = 0 rote, 20 – 2 = 18 blaue und 3 + 4 = 7 grüne Fische.
Nun kann man erreichen, dass die Anzahl der roten und blauen Fische übereinstimmt:
Wenn man nun 6mal einen blauen Fisch auf einen grünen treffen lässt, entstehen 12 rote Fische.
Damit sind es 0 + 12 = 12 rote, 18 – 6 = 12 blaue und 7 – 6 = 1 grüner.
Jetzt lassen wir die 12 roten und 12 blauen aufeinandertreffen, es entstehen 24 + 1 grüne Fische.
Dazu waren insgesamt 20 Begegnungen notwendig.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

a) Eine mögliche Lösung ist das Entfernen der Streichhözer 2, 3 und 5. 1 und 4 berühren sich nicht.

b) Ein möglicher Nachweis lautet:



1. Fall: Man nimmt das Hölzchen 6. Es verbleiben fünf Streichölzern (vgl. Haus A) mit fünf Berührpunkten. Da die Wegnahme eines Hölzchen die Zahl der Berührpunkte um höchstens zwei verringert, bleibt nach Wegnahme von zwei Hölzchen mindetens ein Berührpunkt übrig.
2. Fall: Man nimmt das Hölzchen 6 nicht. Da dieses Hölzchen von vier anderen (1, 2, 3 und 5) berührt wird, verbleibt auch hier nach dem Wegnehmen von drei Hölzchen mindestens ein Berührpunkt übrig.
Also ist es nicht nicht möglich, drei Hölzchen so wegzunehmen, dass die restlichen kein anderes mehr berühren.

Ein anderer Nachweis besteht darin, alle zwanzig Möglichkeiten zu betrachten, drei von den sechs Streichhölzern wegzunehmen (es bleibt immer ein Berührpunkt übrig):