

# Lösungen FÜMO 16 2. Runde Klassenstufe 7

## Aufgabe 1 (5 Punkte)

Sei  $a$  die Anzahl der Wettbewerbsaufgaben,  $x$  die Zahl der Aufgaben, die der zehnte Schüler gelöst hat. Dieser Schüler kann also nicht mehr Aufgaben gelöst haben, als insgesamt gestellt worden sind. Daher gilt:

$$0 \leq x \leq a \quad (1)$$

Alle zehn Schüler haben insgesamt nach Voraussetzung  $9 \cdot 4 + x$  Aufgaben gelöst. Außerdem ist jede Aufgabe von genau sieben Teilnehmern gelöst worden.

Daher gilt:

$$9 \cdot 4 + x = 7 \cdot a \quad (2)$$

Wegen (1), (2) folgt somit  $36 \leq 36+x = 7a \Rightarrow 5\frac{1}{7} = \frac{36}{7} \leq a$

und  $36+a \geq 36+x = 7a \Rightarrow 36 \geq 6 \cdot a$  oder  $6 \geq a$ .

Also waren genau 6 Aufgaben zu lösen und der zehnte Schüler hat wegen  $x = 7 \cdot 6 - 36 = 6$  alle Aufgaben gelöst.

Eine Verteilung der  $6 \cdot 7 = 42$  Aufgaben ist tatsächlich möglich, wie die nebenstehende Tabelle zeigt.

	n									
Nr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	x	x	x	x	x	x				x
2	x	x	x	x	x	x				x
3	x	x	x				x	x	x	x
4	x	x	x				x	x	x	x
5				x	x	x	x	x	x	x
6				x	x	x	x	x	x	x

## Aufgabe 2 (5 Punkte)

$2008 = 8 \cdot 251 = 2^3 \cdot 251$  hat  $(3+1) \cdot (1+1) = 8$  Teiler.

Multipliziert man 2008 mit einer Primzahl  $p$ , die nicht 2 oder 251 ist, so hat das Ergebnis 16 Teiler.

$N_1 = 47 \cdot 2008 = 94376$  ist durch 2008 teilbar und hat  $2 \cdot 8 = 16$  Teiler.

$N_2 = 53 \cdot 2008 = 106424$  ist durch 2008 teilbar und hat  $2 \cdot 8 = 16$  Teiler.

## Aufgabe 3 (5 Punkte)

$\overline{AD} = \overline{DS} \Rightarrow \triangle ADS$  gleichschenkelig  $\Rightarrow \varepsilon_2 = \varepsilon_3$

$\overline{BE} = \overline{ES} \Rightarrow \triangle BSE$  gleichschenkelig  $\Rightarrow \zeta_2 = \zeta_3$

$DE \parallel AB \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_3$  und  $\zeta_1 = \zeta_3$

$\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2$  und  $\zeta_1 = \zeta_2$

$\Rightarrow AS = w_\alpha$  und  $BS = w_\beta$

Konstruktion:

1. Konstr.  $w_\alpha$

2. Konstr.  $w_\beta$

3. Konstr. die Parallele  $p$  zu  $AB$  durch  $S = w_\alpha \cap w_\beta$

4.  $p \cap AC = \{D\}$  und  $p \cap BC = \{E\}$

5.  $\overline{AD} + \overline{BE} = \overline{DS} + \overline{SE} = \overline{DE}$

