

Lösungen FÜMO 16 2. Runde Klassenstufe 6

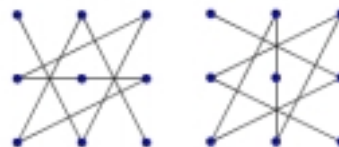
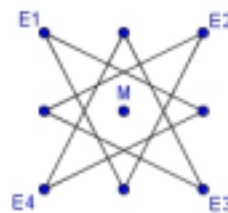
Aufgabe 1 (4 Punkte)

Um die 9 Punkte miteinander zu verbinden, braucht man acht Wege. Die lange Strecke kann genau acht Mal eingezeichnet werden. Von diesen acht Strecken können jeweils eine vom Start und zum Ziel nicht als Weg verwendet werden.

→ Maximal sechs der langen Strecken kommen für den längsten Weg in Frage.

Zum Punkt M hin und vom Punkt M wieder weg können nur mittlere oder kurze Strecken verwendet werden. Mit den mittleren Strecken kommt man zu einem der Eckpunkte E2, E3, E4 und damit fällt wieder eine lange Strecke weg.

$6l + 2k = 310$ cm ist die maximal mögliche Länge, weil $5l + 1m + 2k < 310$ cm, $5l + 2m + 1k < 310$ cm und $5l + 3m < 310$ cm. Es gibt genau zwei Lösungen.



Aufgabe 2 (6 Punkte)

a) Beim Begrüßen eines Paares mit einem anderen werden viermal die Hände gereicht. Wenn also ein neues Paar eintrifft, werden $4 \cdot p$ -mal (p = Anzahl der bereits eingetroffenen Paare) Hände geschüttelt. Dies muss zur früheren Anzahl addiert werden, wonach sich folgende Tabelle ergibt:

Anzahl der bereits erschienenen Paare	1	2	3	4	5	6	7
Gesamtanzahl von Händedrückungen	0	4	12	24	40	60	84

$$| +4 \cdot 1 | +4 \cdot 2 | +4 \cdot 3 | +4 \cdot 4 | +4 \cdot 5 | +4 \cdot 6 |$$

Nachdem das sechste Paare begrüßt wurde, sind insgesamt 60-mal die Hände geschüttelt worden.

b) Jeder der 16 Teilnehmer stößt 15-mal an. Daher wird $16 \cdot 15$ -mal ein Arm mit dem Glas ausgestreckt. Da jedes Klirren von zwei ausgestreckten Armen erzeugt wird, kann man insgesamt $(16 \cdot 15) : 2 =$ 120-faches Gläserklirren hören.

c) Jeder der acht Herren tanzt mit jeder der acht Damen. Dies ergibt insgesamt $8 \cdot 8 =$ 64 verschiedene Tanzpaare.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Beim Start des Schnellzugs ist der langsamere bereit $1 \text{ h } 15 \text{ min} = 75 \text{ min}$ unterwegs. Da der Güterzug pro Minute 1 km zurücklegt, hat er um 0,05 Uhr einen Vorsprung von 75 km.

Der Schnellzug schafft pro Minute 1,5 km, d. h. in der Wartezeit von 5 min an der Überholstation legt der Schnellzug noch $5 \cdot 1,5 \text{ km} = 7,5 \text{ km}$ zurück. Dies bedeutet: Bis zum Zeitpunkt des anhaltenden Güterzugs hat der Schnellzug $75 \text{ km} - 7,5 \text{ km} = 67,5 \text{ km}$ Vorsprung aufgeholt.

Da der schnellere Zug pro Minute 0,5 km, also alle 2 Minuten 1 km aufholt, braucht er insgesamt $67,5 \cdot 2 \text{ min} + 5 \text{ min} = 140 \text{ min}$ bis zum Erreichen des Güterzugs.

Der Überholvorgang findet daher 2h 20 min nach 0,05 Uhr, also um 2,25 Uhr statt.

Der Güterzug ist $745 \text{ min} + 140 \text{ min} - 5 \text{ min} = 210 \text{ min}$ unterwegs und legt dabei 210 km zurück, weshalb die Überholstation 210 km von Nürnberg entfernt ist (also bei Passau).