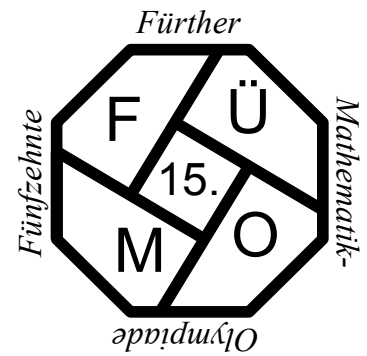


# Fünfzehnte Fürther Mathematik-Olympiade



www.fuemo.de

## Klassenstufe 8 Die Aufgaben der 1. Runde

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Auf einem langem Tisch liegen 2006 Karten in einer Reihe. Jede Karte ist auf einer Seite schwarz und auf der anderen Seite rot.

Am Anfang zeigen alle schwarzen Seiten nach oben. Nun wird vom Anfang der Reihe an jede zweite Karte umgedreht, so dass die rote Seite nach oben zeigt. Ebenso dreht man jeweils vom Anfang der Reihe an jede dritte Karte, jede vierte, jede fünfte, usw. um, ohne auf die Farbe zu achten. Als vorletzter Zug wird die 2005. Karte umgedreht. Mit dem Drehen der 2006. Karte ist man fertig.

Bei wie vielen Karten zeigt jetzt die schwarze Seite nach oben?

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

In einem Viereck ABCD ist  $c = d$  und  $\beta$  zweimal,  $\gamma$  dreimal und  $\delta$  viermal so groß wie  $\alpha$ .

- Zeige: Die Diagonale [AC] halbiert den Winkel  $\alpha$ .
- Beweise: Das Lot von D auf [AC] teilt die Vierecksfläche im Verhältnis 1 : 2.  
Hinweis: Eine Zeichnung allein genügt nicht!

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zeige:  $2006^{2006} < (2006!)^2$

Hinweis:  $2006!$  (lies: "2006 Fakultät") =  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2005 \cdot 2006$

## Letzter Abgabetermin für die 1. Runde ist der 23.11.2006

Für jede Aufgabe *muss* ein gesondertes Blatt DIN A4 verwendet werden, das jeweils mit Namen, Klasse und Schule zu beschriften ist. Bitte heftet die Lösungsblätter mit einer Büroklammer zusammen. Zu einer vollständigen Lösung gehören die Angabe aller wesentlichen Zwischenschritte und vor allem **ausführliche Begründungen**. Den Lösungen ist folgender Abschnitt unterschrieben beizuheften:

Ich nehme / Wir nehmen an der 1. Runde der 15. Fürther Mathematik-Olympiade (2006/2007) für die 8. Klasse teil:

Vorname(n), Name(n): \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Schule/Ort: \_\_\_\_\_

Ich bestätige/ Wir bestätigen hiermit, alle Aufgaben selbständig gelöst zu haben.

Unterschrift(en): \_\_\_\_\_