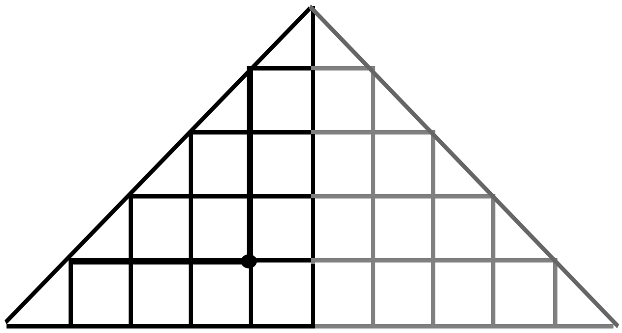
Lösungen FÜMO 14 2. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung)



Man betrachtet zunächts nur die **linke Hälfte** des Dreiecks. Man erkennt, dass jeder Kreuzungspunkt der waagrechten und senkrechten Linien mit Ausnahme auf der linken Seite des großen Dreiecks Eckpunkt von genau einem Dreieck ist, dessen eine Seite auf der 3
linken Seite des großen Dreiecks liegt.
Es genügt deshalb die Kreuzungspunkte abzuzählen:
5+4+3+2+1 = 15

Aus Symmetriegründen sind es in der rechten Hälfte ebenso viele: 15

Es fehlen noch die Dreiecke in der Mitte, die in die linke und rechte Hälfte des großen Dreiecks hineinreichen: Davon gibt es 5. Insgesamt erhält man also 35 Dreiecke.

Ist das Dreieck 20 Kästchenlängen breit, so erhält man in der
linken Hälfte 10+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 55, in der rechten Hälfte auch 55 und in der Mitte 10 2
Dreieke, also insgesamt 120 Dreiecke.

Aufgabe 2 (Lösung)

a) Es gilt: 2006 → 4001 → 8002 → 3004 → 6008 → 1003 → 2006.

Das bedeutet, dass nach jeweils 6 Schritten wieder die Zahl 2006 erscheint.

2006 = 334·6 + 2. Nach 2004-maligem Anwenden des Verfahrens erscheint also 2
wieder 2006. Nach zwei weiteren Schritten erhält man die gesuchte Zahl **8002**.

b) Jetzt muss man das Ganze umgekehrt betrachten. Nach 2006-facher Anwendung des Verfahrens erscheint wegen a) sicher die 2006, wenn bereits nach dem 2. Schritt die 2006 erscheint.

Als Vorgänger von 2006 kommen die Zahlen 1003, 1053, 1503, 1553, 7003, 7053, 7503
und 7553 in Frage. Da aber diese Zahlen noch einen Vorgänger besitzen müssen, die 3
Ziffern 7 und 5 aber nicht erzeugt werden können, kann die Zahl nach dem 1. Schritt nur 1003 sein.

Als Vorgänger von 1003 erhält man die folgenden vier gesuchten Anfangszahlen: **6008, 6058, 6508 und 6558**.

Aufgabe 3 (Lösung)

Hat die gedachte Zahl die Form abc, so muss gelten: abc + abc0 + abc4 = 7de9.
Wegen c + 0 + 4 = 9 muss gelten: c = 5 1

Betrachtet man die Tausender, erkennt man, dass a = 3 sein muss.

Betrachtet man die Zehner, so gilt: b + c + c = 10 + e (kein Übertrag von den Einern!),
wegen c = 5 folgt die Bedingung e = b. 1

Betrachtet man die Hunderter, so muss gelten: a + b + b +1 = 10 + d, wegen a = 3 und
e = b folgt die Bedingung e + e = 6 + d (d muss also eine gerade Zahl sein). 1

Damit erhält man für d = 0: b = e = 3; für d = 2: b = e = 4; für d = 4: b = e = 5; für d = 6: b = e = 6; für d = 8: b = e = 7.

Die gedachte Zahl kann also sein: 335, 345, 355, 365 oder 375. 2