

## Lösungen FÜMO 13, 2. Runde (6. Klasse)

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Die Primfaktorzerlegung von 11 776 lautet:  $2^9 \cdot 23$ . Da der Faktor 23 nur einmal vertreten ist, kann weder die beste noch die schlechteste Punktzahl ein Vielfaches von 23 sein. (Das beste Ergebnis ist doppelt so hoch wie das schlechteste!)

Das beste Punktergebnis ist also eine Zweierpotenz und größer als 23, also  $2^5 = 32$ ,  $2^6 = 64$ , ...

Auch das schlechteste Ergebnis ist eine Zweierpotenz und kleiner als 23, also  $2^4 = 16$ ,  $2^3 = 8$ , ...

Da die höchste Punktzahl doppelt so groß als die niedrigste ist, eignet sich aus den obigen Zweierpotenzen nur die Kombination  $2^5 = 32$  und  $2^4 = 16$ , da diese die Zahl 23 umrahmen. Wegen  $32 \cdot 16 \cdot 23 = 11\,776$  hatte die Gruppe nur 3 Teilnehmer mit den Punktzahlen 16, 23 und 32.

(5P.)

### Aufgabe 2 (5 Punkte)

Wegen  $365 = 52 \cdot 7 + 1$  bzw.  $366 = 52 \cdot 7 + 2$  wandert Neujahr nach einem Normaljahr um einen, nach einem Schaltjahr um zwei Wochentage weiter.

a) 2005 ist ein Normaljahr. Nach 4 Jahren (inklusive dem Schaltjahr 2008) ist Neujahr um  $3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 5$  Wochentage weitergerutscht. 2 Jahre später (In dieser Zeit tritt kein weiteres Schaltjahr auf!) ist Neujahr gegenüber 2005 um insgesamt 7 Tage gewandert, weshalb Neujahr (und damit jeder weitere Tag des Jahres) auf den gleichen Wochentag wie 2005 fällt. Der Kalender von 2005 kann also 2011 wieder verwendet werden.

b) 2004 war ein Schaltjahr, weshalb der Kalender nur wieder in einem Schaltjahr verwendet werden kann. Von einem Schaltjahr zum nächsten wandert Neujahr um 5 Wochentage weiter. Nach  $n$  Vierjahreszeiträumen wandert Neujahr um  $n \cdot 5$  Wochentage weiter. Erst, wenn  $n \cdot 5$  durch 7 teilbar ist, fällt Neujahr in einem Schaltjahr wieder auf den gleichen Wochentag wie 2004. Dies tritt zum ersten Mal bei  $n = 7$ , also nach  $n \cdot 4 = 28$  Jahren, ein. Man schreibt dann das Jahr 2032.

### Aufgabe 3 (5 Punkte)

a) Frau und Schwester erhalten  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$  des Gesamterbes. Der Sohn erbt  $\frac{2}{3}$  vom Rest, also  $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{18}$  des Erbes.

b) Da der Sohn neben der Firma 300 000 € bekommt, bleiben für die anderen Erben noch 7 700 000 € übrig, das sind  $1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$  des Gesamterbes.  $\frac{1}{18}$  des Erbes sind daher 700 000 €. Der Anteil des Sohnes beträgt  $\frac{7}{18}$  des Gesamterbes, also insgesamt 4 900 000 €. Subtrahiert man davon das Bargeld von 300 000 €, so erhält man 4 600 000 € als Wert der Firma.