Lösungen FÜMO 11 2. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung):

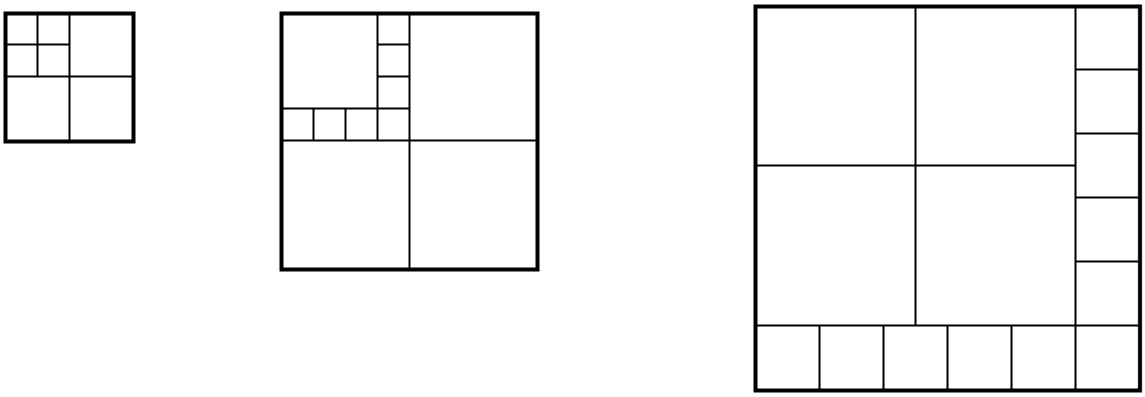
Es gibt viele Lösungen, vier davon seien angegeben:

$1 \cdot 2 + 345 \cdot 6 - 78 + 9 = 2003$; $\quad 1 + 2 + 34 \cdot 56 + 7 + 89 = 2003$ 4

$12 + 3 \cdot 456 + 7 \cdot 89 = 2003$; $\quad 1 + 2 \cdot (3 + 4) \cdot (56 + 78 + 9) = 2003$

Aufgabe 2 (Lösung):

a) Folgende Quadrate zeigen, dass 7, 11 und 15 nette Zahlen sind:

 3

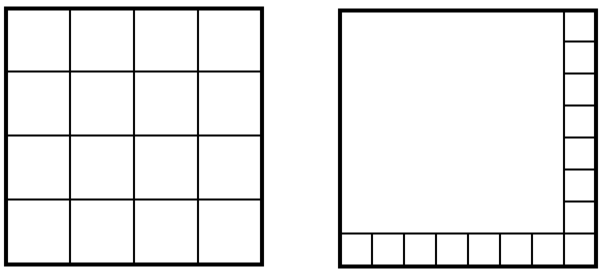
b) Bei Teilaufgabe b) fehlt in der Aufgabenstellung die Zeile:
Begründe, warum alle geraden Zahlen, die größer als 4 sind, doppeltnett sind!

Begründung: Jede gerade Zahl läßt sich als Summe aus 1 und einer ungeraden Zahl schreiben, z. B. 12 = 1 + 11. Von den 11 gleich großen Quadrate wird z. B. eines rechts unten platziert, 5 davon nach oben und 5 nach links ergänzt (vgl. Lösung für 15). Diese Figur kann dann durch ein einziges Quadrat zu einem großen Quadrat ergänzt werden.

c) Gleich große Quadrate lassen sich nur dann zu einem Quadrat ergänzen, wenn ihre Anzahl eine Quadratzahl ist. D. h. jede Quadratzahl ist supernett, andere supernette Zahlen kann es nicht geben. 1
Daraus ergibt sich, dass eine Zahl, die supernett und gleichzeitig doppeltnett ist, eine gerade Quadratzahl (größer als 4) sein muss, z.B. 16.

Das erste Quadrat besteht aus 16 gleich großen Quadraten, also ist 16 supernett.

Das zweite Quadrat besteht aus zwei verschieden großen Quadraten, einem großen und 15 kleinen Quadraten. Also ist 16 auch eine doppelnette Zahl. 1



Aufgabe 3 (Lösung):

Man rechnet rückwärts. Ist x das Ergebnis der „Multiplikation“ der ersten beiden Zahlen und y die 3. Zahl, so muss gelten: $x \cdot y + 1 = 2003$, d.h. $x \cdot y = 2002$.

Wegen $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ und x > 2 und y·y < x erhält man für x und y folgende Lösungen:

x	7	11	13	14	22	26	77	91	143	154
y	286	182	154	143	91	77	26	22	14	13

Nun untersucht man, welche der Zahlen x sich geeignet zerlegen lassen: 6

$7 = 2 \cdot 3 + 1$; $11 = 2 \cdot 5 + 1$; $13 = 2 \cdot 6 + 1 = 3 \cdot 4 + 1$; $22 = 3 \cdot 7 + 1$; $77 = 4 \cdot 19 + 1$; und $91 = 5 \cdot 18 + 1 = 6 \cdot 15 + 1 = 9 \cdot 10 + 1$.

Für 14, 26, 143 und 154 gibt es keine Zerlegung, die die geforderten Bedingungen erfüllen.

Man erhält deshalb folgende 9 Lösungen:

2, 3, 286; 2, 5, 182; 2, 6, 154; 3, 4, 154; 3, 7, 91; 4, 19, 26; 5, 18, 22; 6, 15, 22; 9, 10, 22