Lösungen FÜMO 11 1. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1

a) Schreibt man an die Stellen der Buchstaben des Diagramms die Anzahl der Wege, die vom linken oberen F zum jeweiligen Buchstaben führen, so ergibt sich nebenstehender Ausschnitt:
Insgesamt gibt es 4 + 5 + 3 + 1 = 13 Lesemöglichkeiten. (2P.)

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

b) Analog zu a) erhält man folgende Ausschnitte beim Start in der zweiten Zeile :

$$\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

bzw. dritten Zeile:

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Demnach gibt es insgesamt 22 bzw. 26 Lesemöglichkeiten, also 9 bzw. 13 Möglichkeiten mehr als in a). (2P.)

c) Für die Startzeile 10 gibt es wie in a) 13 Möglichkeiten, für Zeile 9 bzw. 8 entsprechend 22 und 26 Möglichkeiten. Für die übrigen vier Startzeilen gibt es bei analoger Zählung jeweils 27 Lesarten, also insgesamt
$2 \cdot 13 + 2 \cdot 22 + 2 \cdot 26 + 4 \cdot 27$ = 230 Lesemöglichkeiten. (2P.)

Aufgabe 2

a) Multipliziert man die Endziffern (hier $3 \cdot 3$), so erhält man auf FÜMO die Endziffer 2 und eventuell einen Übertrag (= Vielfaches der Stufenzahl). Wegen $3 \cdot 3 = 9$ muss die Stufenzahl ein Teiler von 9 - 2 = 7 sein, also 7 oder 1. Da 1 sich nicht als Stufenzahl eignet, rechnen die Fümoaner im Siebenersystem, haben also 7 Fühler.

<Kontrolle im Zehnersystem: $(23)_7 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$, $(13)_7 = 1 \cdot 7 + 3 = 10$ und
$(23)_7 \cdot (13)_7 = 17 \cdot 10 = 170 = 3 \cdot 49 + 3 \cdot 7 + 2 = (332)_7$ > (3P.)

b) $(232)_7 + (323)_7 + (312)_7 = \underline{(1200)_7}$

<Kontrolle:
$(232)_7 + (323)_7 + (312)_7 = (2 \cdot 49 + 3 \cdot 7 + 2) + (3 \cdot 49 + 2 \cdot 7 + 2) + (3 \cdot 49 + 1 \cdot 7 + 2) =$
121 + 164 + 156 = 441 = $1 \cdot 343 + 2 \cdot 49 = (1200)_7$ > (1P.)

Aufgabe 3

a) Bei dem Turnier werden 6 Spiele ausgetragen, wobei für jedes Spiel mit einem Sieger 3 Punkte und für jedes unentschiedene Spiel 2 Punkte (Beide Mannschaften erhalten je einen Punkt!) vergeben werden. Es werden also insgesamt höchstens $6 \cdot 3$ = 18 Punkte erreicht und, da für jedes unentschiedene Spiel ein Punkt weniger verteilt wird, mindestens 12 = 18 - 6. (2P.)

b) Aufgrund der Punktsumme 7+5+3+1 = 16 endeten nach a) genau 2 Spiele remis. Da jede Klasse dreimal spielt, folgt aus den einzelnen Punktzahlen nebenstehende Tabelle:

	Siege	Unentsch.	Niederl.
6a	-	1	2
6b	2	1	-
6c	1	2	-
6d	1	-	2

Die Spiele 6a : 6c und 6b : 6c endeten unentschieden, 6b gewann gegen die Klassen 6a und 6d, das Team von 6c besiegte 6d und 6d triumphierte gegen 6a. (3P.)