Lösungen 10. FÜMO 2. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1

a) Für die 3 einstelligen Zahlen braucht man 3 Ziffern, für die 90 zweiziffrigen Zahlen 180 Ziffern und für die 900 dreistelligen Zahlen $900 \cdot 3$ = 2700 Ziffern. Die restlichen 90 vierstelligen Zahlen (von 1000 bis 1089) benötigen 360 Ziffern. Insgesamt werden 3+180+2700+360 = **3243 Ziffern** verwendet. (2 P)
b) Bis zur Seitenzahl 99 taucht die „0“ neunmal als Endnull auf. Zwischen 100 und 199 sowie jeder folgenden Hunderterschaft von Zahlen bis 999 tritt die „0“ zwanzigmal (je zehnmal auf der Einer- und der Zehnerstelle) auf. Von 1000 bis 1089 wird die „0“ neunmal auf der Einer-, zehnmal auf der Zehner- und neunzigmal auf der Hunderterstelle verwendet. Insgesamt werden 9+9•20+9+10+90= **298 Nullen** benötigt.(2 P)
c) Bis 99 benötigt man 3+180=183 Ziffern, weshalb 2002-183=1819 Ziffern für dreistellige Zahlen verwendet werden. Wegen 1819 : 3 = 606 R 1 ist die 2002-te Ziffer die erste Ziffer der 607-ten dreistelligen Zahl, also auf **Seite 706** (=99+607) und lautet daher **„7“**. (2 P)

Aufgabe 2

Sieht man auf die drei Bände von oben, so erkennt man, dass der Wurm sich nur durch vier harte Umschläge und in den Bänden II und III durch 400 + 120 = 520 Seiten ($\hat{=}$ 260 Blätter!) bohrt. Für die vier Umschläge benötigt er $4 \cdot 3$ h = 12 h. Wenn der Wurm in 4h 80 Blätter durchknabbert, schafft er stündlich 20 Blätter. Für die 260 Blätter braucht er also 13 h und insgesamt benötigt er 12h + 13h = **25h**. (4 P)
[Hinweis: Bei falsch erkannter „Bohrrichtung“ gibt es maximal 2 P.]

Aufgabe 3

Durch gleichsinnige Kommaverschiebung erhält man: **REGAL• 4 = LAGER**.
Da Lager und Regal gleich viele Stellen haben, kann vorne R nur den Wert 1 oder 2 haben (keine Anfangsnull!). Andererseits ist die Endziffer von $4 \cdot L$, also R, geradzahlig. $\Rightarrow$ **R=2** .
Wegen $L \geq 4 \cdot R = 8$ (HT-Stelle) und weil $4 \cdot L$ die Endziffer 2 hat, muss **L=8** gelten und auf der Zehnerstelle ein Übertrag von 3 sein.
Demnach gilt für die Zehnerstelle: $4 \cdot A + 3$ hat eine ungerade Endziffer E. Da $4 \cdot R$ ohne Übertrag L ergibt, muss andererseits $4 \cdot E$ zuzüglich eventuellem Übertrag die einstellige Zahl A ergeben. Dies ist nur für **E=1** und **A=7** möglich.
Auf der Zehnerstelle liefert daher $4 \cdot A + 3$ den Übertrag 3, der zu $4 \cdot G$ addiert ebenso den Übertrag 3 liefern muss. Für die Hunderterstelle gilt daher $4 \cdot G+3 = 30 + G$, also $3 \cdot G=27$, weshalb **G=9** ist. Die einzige Lösung lautet damit:

$$\mathbf{21{,}978} \cdot 4 = \mathbf{87{,}912}$$ (5 P)