Lösungen FÜMO 10 2. Runde Klassenstufe 5

Aufgabe 1 (Lösung):

a) Es gibt verschiedene Lösungen. Die einfachste ist wohl:

2, 0, **0**, **1** $\Rightarrow$ 2, 0, **1**, **1** $\Rightarrow$ 2, 0, **0**, **2** . 2

b) Achim kann die Zahlenreihe 2, 0, 0, 3 nicht aus 2, 0, 0, 2 erzeugen.
Die Summe und die Differenz zweier gerader Zahlen ergibt stets wieder eine gerade Zahl.
Ist das Ergebnis (bei der Summe) zweistellig, so ist in diesem Fall auch die Einerziffer eine 2
gerade einstellige Zahl. Da die Zahlenreihe 2, 0, 0, 2 nur gerade einstellige Zahlen enthält, kann durch dieses Verfahren die ungerade Zahl 3 nicht erzeugt werden.

Aufgabe 2 (Lösung):

a) Man unterscheidet nach der Stellenzahl:
Es gibt 9 zweistellige Palindrome: 11, 22, 33, ..., 99.
Bei den dreistelligen Palindromen kann die Anfangsziffer (= Endziffer) eine der Ziffern von
1 bis 9 sein (0 ist als Anfangsziffer nicht möglich!), die mittlere Ziffer kann eine Ziffer von 0 bis 9 2
sein. Also gibt es 9 · 10 = 90 verschiedene dreistellige Palindrome.
Außer 2002 müssen alle anderen vierstelligen Palindrome mit 1 beginnen (und enden). Für die 2. Ziffer (= 3. Ziffer) sind alle Ziffern von 0 bis 9 möglich. Also gibt es bis einschließlich 2002 1 · 10 + 1 = 11 verschiedene vierstellige Palindrome.
Es ist 9 + 90 + 11 = 110. Also hat Anja 110 Zahlen aufgeschrieben.

b) Man beginnt z.B. mit dem kleinsten vierstelligen Palindrom 1001 und findet schnell, dass wegen
der Zweistelligkeit des dritten Palindroms nur gelten kann: 2002 = 1001 + 979 + 22. 4
In gleicher Weise findet man eine Zerlegung mit den nächsten vierstelligen Palindromen:
2002 = 1111 + 858 + 33; 2002 = 1221 + 781 + 44; 2002 = 1331 + 616 + 55;
2002 = 1441 + 484 + 77; 2002 = 1551 + 363 + 88; 2002 = 1661 + 242 + 99.
Dies sind alle Möglichkeiten, da sich 331 = 2002 - 1771 und 121 = 2002 - 1881 nicht als Summe eines <u>drei</u>stelligen und eines zweistelligen Palindroms darstellen lassen.

Aufgabe 3 (Lösung):

a) 2002 lässt bei Division durch 2001 den Rest 1. Die kleinste Zahl, die mit 1 beginnt und durch 2001 teilbar ist, ist 1**0005**. Also ist auch 2002**0005** durch 2001 teilbar.
Also liefert die Zahl 20020005 + 2000 = 20022005 bei Division von 2001 den Rest 2000. 1
Wegen 20022005 - 2001 = 20020004 ist **20020004** die kleinste Zahl mit der geforderten Eigenschaft.

b) Da der Rest 2000 betragen soll, muss die gesuchte Zahl auf 2002 - 2000 = 0002 enden.
Gesucht ist also eine Zahl x, so dass die Zahl x0002 durch 2001 teilbar ist.
Wegen 4002 : 2001 = 2 muss die Zahl x0 bei Division durch 2001 den Rest 4 ergeben. 2
D.h. man sucht das kleinste Vielfache von 2001, das mit 6 endet: Die kleinste Zahl, die dies liefert ist 12006 (= 2001· 6). Berücksichtigt man den Rest 4, so ist **12010**002 die kleinste Zahl der Form x0002, die durch 2001 teilbar ist. Die gesuchte Zahl ist deshalb **12012002**.

c) Die gesuchte Zahl muss die Form 2002x2002 haben. Da 2002 bei Division durch 2001 den Rest
1 hat, benutzt man diese **1**, um mit der in b) erhaltenen Zahl **1**2012002 weiterzurechnen. 2
Da dies in b) die kleinste war, erhält man als gesuchte Zahl **20022012002**.