Lösungen 8. FÜMO 1999/2000 1. Runde Klassenstufe 7

Aufgabe 1:

225 / n $\Leftrightarrow$ 25 / n und 9 / n — 0,5 P

25 / n $\Rightarrow$ Endziffer 00, 25, 50, 75

$\Rightarrow$ wegen Ziffernbedingung der Aufgabe nur Endziffer 00 möglich

9 / n $\Rightarrow$ QS(n) = 9k mit k$\in$ N — 1 P

$\Rightarrow$ wegen Ziffernbedingung der Aufgabe nur 9k mal Ziffer 1 möglich (k$\in$ N)

wegen n < 10 B = 10^{13} $\Rightarrow$ nur 9 mal 1 möglich — 1 P

Fest ist also bisher führende Ziffer 1 und Endziffer 00 und n ist 13 stellig

also $1\underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}_{\substack{8,9\text{ oder }10\\ \text{Ziffern (da –}\\ \text{von 8 mal 1)}}}00$ — 1 P

Anzahl = 1 + $\frac{(8+1)!}{8!}$ + $\frac{(8+2)!}{8!}$ = 1 + 9 + 45 =55 — 1,5 P

Aufgabe 2:

Palindrome mit 2, 4, 6 oder 8 Stellen:

$aa = a \cdot 11$ — 0,5 P

$abba = a \cdot 1001 + b \cdot 11 \cdot 10 = a \cdot 11 \cdot 91 + b \cdot 11 \cdot 10 = 11 \cdot (a \cdot 91 + b \cdot 10)$ — 1 P

$abccba = a \cdot 100001 + b \cdot 1001 \cdot 10 + c \cdot 11 \cdot 100 = a \cdot 11 \cdot 9091 + b \cdot 11 \cdot 91 \cdot 10 + c \cdot 11 \cdot 100 =$

$= 11 \cdot (a \cdot 9091 + b \cdot 91 \cdot 10 + c \cdot 100)$ — 2 P

$abcddcba = a \cdot 10000001 + b \cdot 100001 \cdot 10 + c \cdot 1001 \cdot 100 + d \cdot 11 \cdot 1000 =$ — 2 P

$= a \cdot 11 \cdot 909091 + b \cdot 11 \cdot 9091 \cdot 10 + c \cdot 11 \cdot 91 \cdot 100 + d \cdot 11 \cdot 1000 =$

$= 11 \cdot (a \cdot 909091 + b \cdot 9091 \cdot 10 + c \cdot 91 \cdot 100 + d \cdot 1000)$ — 0,5 P

Also: 11 ist Teiler der vorgegebenen Palindrome

Aufgabe 3:

Auto 1 braucht 170Min für die Gesamtstrecke. — 0,5 P

Auto 2 braucht 100Min bis zum Treffpunkt und legt dabei 160km zurück. — 1 P

Auto 1 braucht für diese 160km die Zeit 170Min - 50 Min = 120Min = 2h . — 0,5 P

Auto 1 hat daher die Geschwindigkeit 160km / 2h = 80km / h . — 1 P

Die Gesamtstrecke von A-stadt nach B-dorf ist daher 80km / h · 170 Min = — 1 P

$= \frac{80}{60} \cdot 170\text{ km} = 226\frac{2}{3}\text{km}$