

## Lösungen 7. FÜMO 1998/99 1. Runde Klassenstufe 5

### Aufgabe 1 (Lösung):

Die Zahl 1 000 000 000 enthält nur die Primfaktoren 2 und 5:

$$1\,000\,000\,000 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^9 \cdot 5^9$$

Enthält eine Zahl gleichzeitig die Teiler 2 und 5, so ist sie auch durch 10 teilbar und besitzt deshalb die Einerziffer 0. Also darf keiner der beiden Faktoren gleichzeitig 2 und 5 als Teiler haben.

Dies ist nur möglich, wenn der eine Faktor nicht durch 5 und der andere Faktor nicht durch 2 teilbar ist:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^9 = 512 \quad \text{und} \quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^9 = 1\,953\,125$$

Also gibt es zwei Zahlen, die die geforderte Bedingung erfüllen.

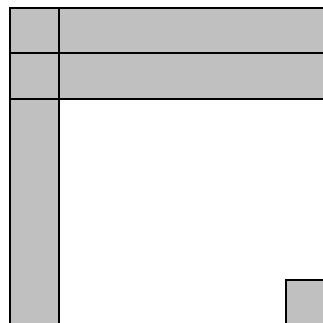
### Aufgabe 2 (Lösung):

Für die 1 m lange Seite des auszulegenden Quadrats benötigt man 20 Streichhölzer.

Für die 21 senkrecht auszulegenden Linien benötigt man deshalb  $21 \cdot 20$  Streichhölzer. Für die 21 waagrecht auszulegenden Linien benötigt man ebenso  $21 \cdot 20$  Streichhölzer.

Also braucht Carla  $21 \cdot 20 + 21 \cdot 20 = 420 + 420 = 840$  Streichhölzer.

Um möglichst wenig der ausgelegten Quadrate zu zerstören, muss Carla Streichhölzer der Randquadrate entfernen. So kann z.B. die oberste Reihe von 20 Randquadraten durch Wegnehmen von  $20 + 21 = 41$  Streichhölzern entfernt werden. Gleiches gilt für die nächste Reihe der 20 neuen Randquadrate (genau so gut könnte man auch die unterste Reihe nehmen).



Als nächstes kann die erste Spalte links mit den verbliebenen 18 Randquadraten durch Wegnehmen von  $19 + 18 = 37$  Streichhölzern entfernt werden.

Von den 121 Streichhölzern sind jetzt noch  $121 - 82 - 37 = 2$  zu entfernen. Carla nimmt diese an einer verbliebenen Ecke weg und löst damit nochmals ein Quadrat auf.

Insgesamt wurden also  $20 + 20 + 18 + 1 = 49$  Quadrate zerstört, also bleiben  $400 - 49 = 351$  Quadrate übrig.

### Aufgabe 3 (Lösung):

Zunächst werden in nebenstehender Tabelle alle Möglichkeiten für die vierte und erste, dann für die zweite, und fünfte Ziffer eingetragen.

Danach wird die dritte Ziffer berechnet und eingetragen.

Da bisher keine 7 auftritt, muss diese als sechste Ziffer vorkommen.

Man kennzeichnet alle zweistelligen Zahlen, die durch 13 teilbar sind.

Nur eine der drei Möglichkeiten enthält auch eine zweistellige Zahl, die durch 11 teilbar ist.

Also hat Fabian die Telefonnummer **633267**.

1. Ziffer	2. Ziffer	3. Ziffer	4. Ziffer	5. Ziffer	6. Ziffer
3	<b>0</b>	--	<b>1</b>	0	7
6	0	0	<b>2</b>	0	7
9	0	1	<b>3</b>	0	7
3	<b>1</b>	0	1	2	7
6	1	1	2	2	7
<b>9</b>	<b>1</b>	2	3	2	7
3	<b>2</b>	1	1	4	7
6	2	2	2	4	7
9	2	3	3	4	7
3	<b>3</b>	2	1	6	7
6	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	7
9	3	4	3	6	7
3	<b>4</b>	3	1	8	7
6	4	4	2	8	7
9	4	5	3	8	7

1  
1  
2  
3  
2  
2  
1  
1