Sechste Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufen 5 / 6

Die Lösungen der 1. Runde

Aufgabe 1 (Lösung):

Die Ausgangszahl wird zusammengesetzt aus 9 einstelligen (1-9) und aus 90 zweistelligen (10-99) Zahlen, sowie aus einer dreistelligen Zahl (100). Also enthält die Ausgangszahl $9 + 2 \cdot 90 + 3 = 192$ Ziffern. Also besteht die verbleibende Zahl aus 92 Ziffern. 1

Damit die verbleibende Zahl möglichst groß wird, muß an möglichst vielen Anfangsstellen die Ziffer 9 stehen.

Man streicht deshalb die Ziffern von 1 bis 8 (8 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 10 bis 18 und die 1 von 19 (18+1 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 20 bis 28 und die 2 von 29 (18+1 Ziffern), dann die Ziffern der Zahlen 30 bis 38 und die 3 von 39 (18+1 Ziffern) und dann noch die Ziffern der Zahlen 40 bis 48 und die 4 von 49 (18+1 Ziffern). 2

Bis jetzt wurden $8 + 4 \cdot 19$ = 84 Ziffern gestrichen, wodurch die Ziffer 9 5-mal stehen bleibt:

Es entsteht zunächst eine Zahl der Form 99999505152535455565758 59 ... 99100.

Da noch genau 16 Ziffern gestrichen werden müssen, wird die Zahl genau dann möglichst groß, wenn man von den folgenden Zahlen 50 bis 58 alle Ziffern außer 7 und 8 streicht. 2

Insgesamt erhält man deshalb die Zahl 999997859606162 ... 9899100.

Aufgabe 2 (Lösung):

a) Betrachtet man Großvater und Vater getrennt, so geht aus folgender Aufstellung hervor, daß der Großvater insgesamt 37 und der Vater 35 Zigaretten rauchen kann.

	gerauchte Zigaretten	entsteh. Kippen	Kippen gesamt	neue Zigaretten	restliche Kippen
Großvater	25	25	25	8	1
	8	8	9	3	0
	3	3	3	1	0
	1	1	1	0	1
Vater	24	24	24	8	0
	8	8	8	2	2
	2	2	4	1	1
	1	1	2	0	2

2

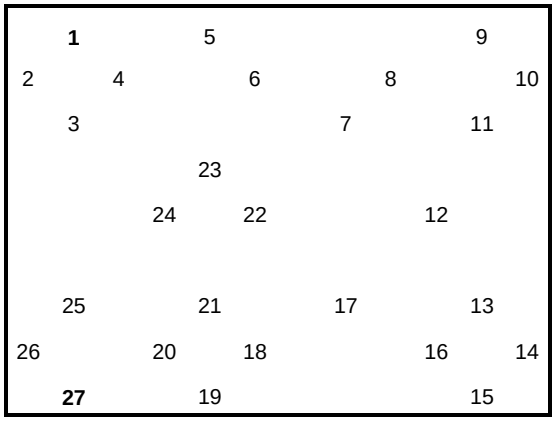
2

b) Die Aufgabenstellung läßt es aber zu, daß der Großvater dem Vater seine restliche Kippe leiht, der Vater mit dieser und seinen restlichen zwei Kippen noch eine Zigarette raucht und die übrig gebliebene Kippe dem Großvater wieder zurückgibt. 1

Also kann der **Großvater 37 Zigaretten** und der **Vater 36 Zigaretten** rauchen.

Aufgabe 3 (Lösung):

Anja kann maximal 27 Hölzchen wegnehmen.
In nebenstehender Abbildung ist ein möglicher (numerierter) Weg angegeben. 3



Anja nimmt 26 Hölzchen so weg, daß 5 einzeln liegende Hölzchen übrigbleiben (z.B. 1-26). Nun kann abwechselnd nur je eines genommen werden, wobei Iris das 1., das 3. und das 5. und damit das letzte Hölzchen nehmen muß. 2