Fünfte Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufen 7 / 8 Die Lösungen der 2. Runde

Aufgabe 1 (Lösung):

<u>Aufgabe 1:</u>

$Z \in N$, weil beim Ausmultiplizieren nach dem D-gesetz jeweils nur ein Faktor aus 1996! herausgekürzt wird. Die Summe natürlicher Zahlen ist aber wieder eine natürliche Zahl 1

$$Z = (1996!) \cdot \left(\left(\tfrac{1}{1} + \tfrac{1}{1996} \right) + \left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{1995} \right) + \ldots + \left(\tfrac{1}{998} + \tfrac{1}{999} \right) \right) = \quad (1996!) \cdot \left(\left(\tfrac{1996+1}{1 \cdot 1996} \right) + \left(\tfrac{1995+2}{2 \cdot 1995} \right) + \ldots + \left(\tfrac{998+999}{998 \cdot 999} \right) \right) =$$ 2

$$= 1997 \cdot (1996!) \cdot \left(\left(\tfrac{1}{1 \cdot 1996} \right) + \left(\tfrac{1}{2 \cdot 1995} \right) + \ldots + \left(\tfrac{1}{998 \cdot 999} \right) \right) = 1997 \cdot z$$

Der Term z hinter 1997 stellt eine natürliche Zahl dar, weil beim Ausmultiplizieren nach dem D-gesetz jeweils durch die beiden Nennerfaktoren gekürzt werden kann. 1

Z:1997=z , d.h. 1997 / Z 1

5

<u>Aufgabe 2:</u> 0,5

n=9081726354

$$D = (n-3) \cdot (n+3) \cdot (n+6) \cdot (n-2) - (n-1) \cdot (n+5) \cdot (n+4) \cdot (n-4) =$$ 1

$$= \left(n^2 - 9\right) \cdot \left(n^2 + 4n - 12\right) - \left(n^2 + 4n - 5\right) \cdot \left(n^2 - 16\right) =$$

$$= n^4 + 4n^3 - 12n^2 - 9n^2 - 36n + 108 - n^4 - 4n^3 + 16n^2 + 64n + 5n^2 - 80 =$$ 1,5

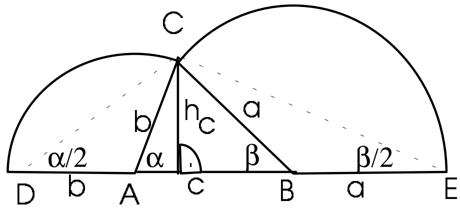
$$= 28n + 28 = 28 \cdot (n+1);$$

D = 9081726355 · 4 · 7 = 36326905420 · 7 = 254288337940; 1

4

<u>Aufgabe 3:</u>

<u>Planfigur:</u> 2



<u>Konstruktionsplan:</u>

1. Zeichne [DE] mit $\overline{DE} = s$
2. Trage an [DA gegen den Uhrzeigersinn den Winkel α an. und halbiere α
3. freier Schenkel α/2 ∩ Parallele p_1 zu DE im Abstand h_c = C
4. Parallele p_2 zum freien Schenkel α durch C ∩ DE = A 2
5. Verdopple den Winkel β/2=∠CED zum Winkel β
6. Parallele p_3 zum freien Schenkel von β durch C ∩ DE =B

<u>Konstruktion:</u> 2

6