

Vierte Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufen 9 / 10 Die Lösungen der 2. Runde

Lösung von Aufgabe 1

x und y seien die Seitenlängen ($x, y \in \mathbb{N}$). Die Bedingung des Textes besagt: $\frac{1}{2}xy = 2x + 2y - 4$

(*) (da 4 Eckplatten doppelt gezählt werden).

Es sind verschiedene Schlußweisen gleichberechtigt, etwa die folgende: (*) $\Leftrightarrow xy - 4x - 4y = -8$

$\Leftrightarrow (x-4) \cdot (y-4) - 16 = -8$. Aus der letzten Gleichung sind die möglichen Lösungen sofort

abzulesen: $8 \cdot 1 = 8 \Rightarrow x = 12 ; y = 5$;

$4 \cdot 2 = 8 \Rightarrow x = 8 ; y = 6$;

$2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow x = 6 ; y = 8$ und

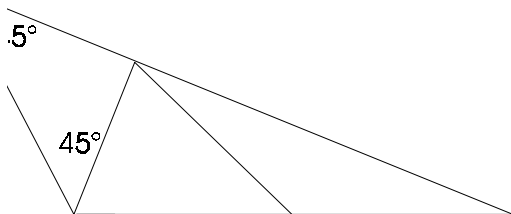
$1 \cdot 8 = 8 \Rightarrow x = 5 ; y = 12$.

Alternative: $y(x-4) = 4x - 8 \Leftrightarrow y(x-4) = 4(x-4) + 8 \Rightarrow y = 4 + \frac{8}{x-4} \Rightarrow$ Lösungen wie oben.

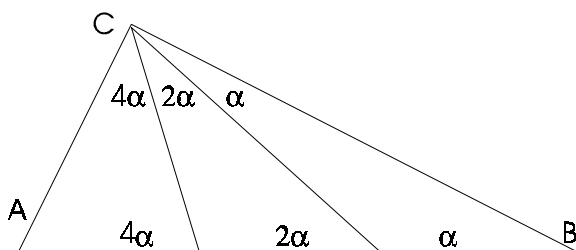
Lösung von Aufgabe 2

i) Verbinde die Ecken des Dreiecks mit dem Umkreismittelpunkt

ii) Errichte vom Endpunkt der kürzeren der beiden, den 45° - Winkel einschließenden Seiten, das Lot auf die längere (wie in der Skizze). Wir erhalten auf diese Weise zwei rechtwinklige Dreiecke. Das kleinere ist gleichschenkelig-rechtwinklig. Die Seitenhalbierende vom Lotfußpunkt zerlegt das größere rechtwinklige Dreieck in zwei ebenfalls gleichschenklige Teildreiecke.



iii) Der Winkel bei C ist das Siebenfache des Winkels bei B (siehe Zeichnung).



2

5

Lösung Aufgabe 3

Man kann das Problem auf die folgende Figur reduzieren (Pascalsches Dreieck):

B
i i
a a a
n n n n
c c c c c
a a a a a a

Die verschiedenen Lesemöglichkeiten ergeben sich aus der analogen Anordnung:

B
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Das sind zusammen $1+5+10+10+5+1 = 32$ verschiedene Möglichkeiten.

Für die vollständige Figur erhalten wir somit : $6 \cdot 30 + 6 = 186$ unterschiedliche Lesarten.

2

1

2

5