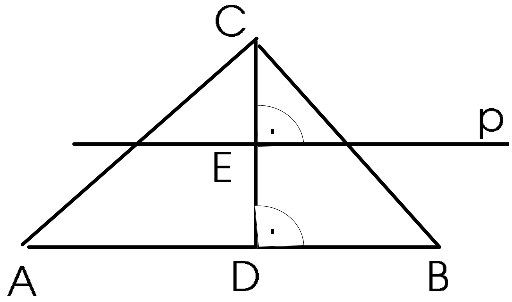
Vierte Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufen 7 / 8
Die Lösungen der 1. Runde



Aufgabe 1:
1.Fall: A,B,C auf einer Geraden g. Jede Paral-
lele p zu g erfüllt die Aufgabe. Es gibt 1
unendlich viele Lösungen.
2.Fall: A,B,C bilden ein Dreieck.
D sei der Fußpunkt von h_c .
E sei die Mitte von [CD] .
p sei das Lot zu [CD] durch E.
p ist parallel zu [AB] (Mittelparallele).
p hat die geforderte Eigenschaft.
⇒ Die drei Mittelparallelen des ΔABC erfüllen die Aufgabe. 2
Zusätzlich erfüllt noch das Lot zur Dreiecksebene durch den Mittelpunkt M
des Umkreises die Bedingungen der Aufgabe. 1
-- 4

Aufgabe 2:
(I) a=e-i ⇒ a+i=e (I´)
(II) a+u=e+i ⇒ a-i=e-u (II´)
5(III) u<a+i 1
aus (III) und (I´) ⇒ u<e (IV)
aus(I´) ⇒ a<e (V)
aus(I´) ⇒ i<e (VI) aus (IV), (V) und (VI) ⇒ e am größten 2
aus (IV) und (II´) ⇒ a-i=e-u>0 ⇒ a>i (VII)
aus (V) und (II) ⇒ u-i=e-a>0 ⇒ u>i (VIII)
aus (VI) ⇒ e>i (IX)
aus (VII), (VIII) und (IX) ⇒ i am kleinsten 2
-- 5

Aufgabe 3:
x, y N und x > y; $(x + y) + (x - y) + x \cdot y + \frac{x}{y} = 243$; $\frac{x\cdot(y+1)^2}{y} = 3^5$; 2
y und (y+1) sind teilerfremd
⇒ x=ky mit k∈ N und k>1 sonst (linke Seite)∉ N aber (rechte Seite)∈ N
$\Rightarrow k \cdot (y+1)^2 = 3^5$;

y	2	8
k	27	3
x	54	24

2

Für alle anderen y ist k∉ N 2
-- 6

ges: 15